

# 多孔介质干燥过程分形孔道网络模型与模拟：. 模型建立

袁越锦 杨彬彬 焦阳 刘相东

(中国农业大学 工学院, 北京 100083)

**摘要** 目前孔道网络干燥理论中普遍以“人造多孔介质”为孔道网络模拟的研究目标, 尚未涉及实际多孔体的应用问题。以农副产品中常见孔隙直径范围( $10^{-7} \sim 10^{-4}$  m)的自然多孔介质为研究对象, 运用分形几何学、多孔介质渗流物理和传递过程原理, 建立了描述多孔介质干燥过程热质传递的分形孔道网络模型和规则孔道网络模型。模型中考虑了多孔介质孔隙内的液相流动、汽相扩散、温度梯度以及孔道微细结构特征等诸多因素对干燥过程热质传递特性的影响。为了更准确地契合自然多孔介质的孔道网络拓扑结构, 应用分形孔道网络替代了通常采用的规则孔道网络。

**关键词** 多孔介质; 干燥; 孔道网络模型; 分形; 剖分数

**中图分类号** TQ 021.4

**文章编号** 1007-4333(2007)03-0065-05

**文献标识码** A

## Fractal pore network simulation on drying of porous media : . Model building

Yuan Yuejin, Yang Binbin, Jiao Yang, Liu Xiangdong

(College of Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

**Abstract** A fractal pore network model for unsteady drying process of a natural porous body is developed based on the theories of fractal geometry, drainage and percolation through porous media and transport - process. Various phenomena, such as liquid-phase flow, vapor-phase diffusion, temperature gradient, as well as pore microstructure characteristic were considered into the mathematical model. To get a better accordance with a real pore network topological structure, a fractal pore network, instead of a regular pore network, was established.

**Key words** porous media; drying; pore network model; fractal; subdivision number

多孔介质是指带有孔洞的固体, 如土壤、岩石、各种农业物料等都属于多孔介质<sup>[1]</sup>。常用的多孔介质干燥理论, 如液态扩散理论、蒸发-凝结理论、Luikov 理论、Whitaker 体积平均理论等<sup>[1-4]</sup>都基于连续体假设, 即将多孔介质假想为虚拟的连续体, 用时间和空间的连续函数描述其几何、物理以及热质传递等特性; 而事实上, 多孔介质内部结构复杂, 在大部分情况下更接近于离散体, 其内部的湿分不能在任意方向上迁移, 孔隙才是传质的优势通道。上述这些理论都无法解释干燥中出现的干、湿斑和恒速干燥段现象, 无法有效揭示多孔介质微观结构特

性对传输过程的影响机理等<sup>[1,5]</sup>。

孔道网络方法<sup>[6]</sup>自 20 世纪 90 年代初由 Daian<sup>[7]</sup>等引入多孔介质干燥研究中后, 逐渐形成了孔道网络干燥理论<sup>[7-13]</sup>。这一理论认为多孔介质的湿分迁移在孔隙中具有很大优势, 且采用节点(孔)和喉道描述多孔介质内部的拓扑结构, 在孔道等级上研究多孔介质的热质传递。该理论基于离散体假设的方法, 能很好地解释多孔介质干燥过程中出现的干、湿斑等现象; 但由于该理论刚刚兴起, 处于起步阶段, 还存在一些亟待解决的问题, 如: 目前的研究均以物性均匀、孔道规则分布的刚性人造多

收稿日期: 2006-12-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50676104)

作者简介: 袁越锦, 博士研究生, E-mail: yyjuan1@163.com; 刘相东, 教授, 博士生导师, 通讯作者, 主要从事农产品干燥技术与设备的研究, E-mail: xdliu@cau.edu.cn

孔介质(蚀刻模板)为模拟研究对象<sup>[11,13]</sup>,不可避免的与实际的多孔介质存在较大差异;在模拟计算中,假设多孔介质的热质传递均为准稳态过程<sup>[14]</sup>,这与一般常规热风干燥相比存在较大差别;在物理模型的建立过程中,将孔道节点规则化为二维正方或三维立方分布<sup>[15]</sup>,也将会屏蔽许多多孔介质内部微观结构特征和传递特性。

本研究以农副产品中常见孔隙直径范围( $10^{-7} \sim 10^{-4}$ m)的自然多孔介质为研究对象,运用分形几何学、多孔介质渗流物理和传递过程原理等知识,建立考虑液相流动、汽相扩散、温度梯度和孔道微细结构特征等因素的自然多孔介质分形孔道网络干燥模型,以期真实多孔介质干燥动力学特性的模拟研究打下理论基础。

## 1 二维分形孔道网络物理模型

### 1.1 物理模型的构建

多孔介质内部孔隙拓扑结构非常复杂,具有分形特征。一般地,描述多孔介质结构特征参数有:孔隙率、体积密度、骨架密度、孔隙大小分布曲线、孔隙分形维数等。规则孔道网络模型(简称规则模型)的构建过程一般包括提取网格、规则化网格和建立规则模型等(图1(a))。另外,本研究结合分形几何学构建了描述多孔介质结构特征的分形孔道网络模型(简称分形模型),其构建过程见图1(b)。孔道网络模型主要由“孔-喉-孔”网络和骨架2部分组成,孔为球体,喉为圆柱体,孔和喉径服从一定的概率分布。

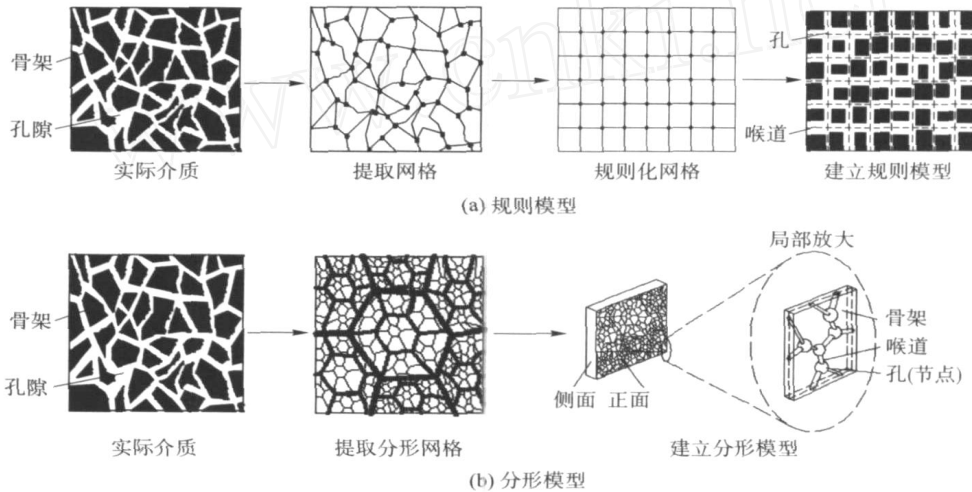


图1 孔道网络模型的构建过程

Fig. 1 Construction of pore network model

### 1.2 物理模型的主要结构参数

1) 剖分数。分形孔道网络拓扑结构(图2)的显著特点是具有自相似性。首先将正方形区域划分为 $n_1$ 个面积基本相同的子区域(图2(a)),则有 $(n_1 - 1) \times 2$ 个节点;然后将各一级子区域分别划分

为 $n_2$ 个面积基本相同二级子区域。如此类推,直至将整个区域划分为 $m$ 级子区域。 $n_1, n_2, \dots, n_m$ 分别称为1, 2, ...,  $m$ 各级的剖分数。各级剖分数用向量表示为: $N = [n_1, n_2, \dots, n_m]$ 。由图2(b)和(c)可以看出,模型具有自相似特征,即局部与整体相似。计算结果表明,当剖分数取值不同时,生成模型的孔隙分形维数也不同(表1)。因此,可以由孔隙分形维数等参数计算得到相应的剖分数。

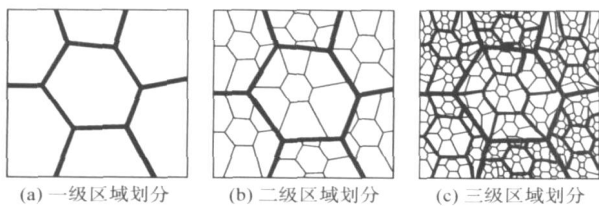


图2 分形孔道网络拓扑结构

Fig. 2 Topological structure of fractal pore network

表1 不同剖分数下模型的孔隙分形维数

Table 1 Pore fractal dimension of models with different subdivision numbers

剖分数 N	[5,5]	[6,6]	[7,7]	[8,8]
分形维数 D	1.700 7	1.708 4	1.716 7	1.780 3

2) 孔、喉直径分布函数。孔喉径在某一范围的孔隙体积占总孔隙体积百分数的分布曲线。一般由测得的自然多孔介质孔隙大小分布数据拟合而得到,可在模拟时再现自然多孔介质的孔隙大小分布。

3) 配位数。多孔介质中与某个孔连通的孔隙数目。由于自然多孔介质的孔隙形状极不规则,因此配位数一般为统计平均值:

$$\bar{c} = \frac{1}{n_v} \sum_{i=1}^{n_v} c_i \quad (1)$$

式中:  $\bar{c}$  为平均配位数;  $c_i$  为某个孔的配位数;  $n_v$  为多孔介质中孔数量。

## 2 二维分形孔道网络数学模型

### 2.1 多孔介质干燥过程分析

假设模型中所有湿分均存在于孔道空间,即喉道与孔之中,骨架中不存在湿分,也无湿分传递。由于一般的典型自然多孔介质其孔隙微小,故认为在模型“孔-喉”空隙网络系统中:

- 1) 干燥初始时,多孔介质的“孔-喉”空隙充满液相而饱和;
- 2) 蒸汽对流传质忽略不计,蒸汽扩散传质起主导作用;
- 3) 干燥时土豆切片水平放置,忽略重力对湿分迁移的影响;
- 4) 多孔介质中的液态水分流动主要受毛细力的控制;
- 5) 忽略收缩变形的影响。

毛细力对多孔介质孔隙中液态水分流动的影响主要是引起 Haines 跳跃现象和毛细流。Haines 跳跃现象可用图 3 解释:喉道  $T_1$  内存在液面,随着蒸发的进行,液面逐渐退缩(A → B)。当液面退缩至 C 位置时,液面向孔中移动(C → D)。孔的截面积与喉截面积相比较,因此毛细阻力较小,而且液面

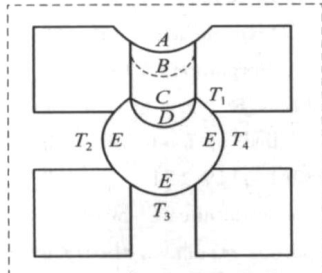


图 3 毛细力对液面位置的作用

Fig. 3 Effect of capillary force on gas-liquid interface

越向下移动,液面面积越大。D 位置的液面处于不稳定的状态,因此液面很快由 D 位置扩展为  $T_2$ 、 $T_3$  和  $T_4$  3 个喉道上的 3 个液面(位置 E),这个扩展过程称为 Haines 跳跃。由于喉道  $T_2$ 、 $T_3$  和  $T_4$  开口处直径较大,液面继续向喉道内部移动需要克服更大的毛细阻力,因此各液面又将稳定于位置 E。液面由 D 向 E 快速推进时,液相内的压力突然降低。当液面稳定于 E 位置时,整个连通的液相区域内的压力重新达到平衡,液面处的毛细力大小恢复为 Haines 跳跃前的水平<sup>[16-17]</sup>。

干燥过程中存在于多孔介质孔隙中的各个液团,由于毛细力(其大小与液面所处喉道直径成反比)的存在,使得液团内部产生毛细压力差。如图 4 所示,由于液团内部的液体是连通的,因此液体在毛细压差的作用下,由毛细力较小的喉道向毛细力较大的喉道流动。液团中,喉道  $T_1$  最宽,其液面毛细力最小。因此  $T_1$  内的液态水将通过液团内部的液相通道向其他喉道流动。除  $T_1$  液面以外的其他液面虽然在不断蒸发,但是会通过内部毛细流水分不断得到补充。这样,蒸发过程中这些液面并不退缩,位置保持不变,相应的喉道也一直保持饱和状态。只要各液面持续蒸发,则这种流动将一直进行,直到最宽的喉道  $T_1$  全部干燥完毕为止。在最宽喉道干燥完毕之前的时间内,整个液团的所有蒸发导致的液态水的减少量都被“计入”最宽喉道  $T_1$ 。

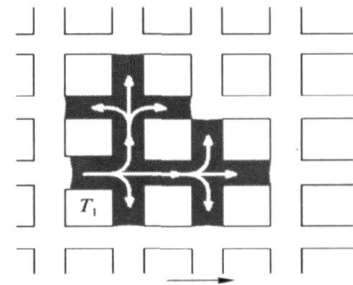


图 4 液团内毛细力的作用

Fig. 4 Effect of capillary force inside liquid cluster

### 2.2 数学模型

2.2.1 汽相传质方程 在物理模型“孔-喉”空隙网络系统中,对于任意汽相区域,应用质量守恒定律可得如下方程

$$\frac{\partial m_v}{\partial t} = (k_v \cdot p_v) + S_{mv} \quad (2)$$

式中:  $m_v$  为区域内的蒸气质量, kg;  $k_v$  是有效蒸气扩散系数,  $m^3 \cdot s$ ;  $p_v$  为蒸气压, Pa;  $S_{mv}$  为源项,即

“液-气”界面上的水分蒸发速率, kg/s。

**2.2.2 液相传质方程** 干燥过程中由毛细力引起的液相流动因 Haines 跳跃而具有突变性, 因此在 2.2.4 中采用“干燥模拟算法”描述这种现象, 而这里只考虑蒸发的影响。在模型“孔-喉”空隙网络系统中, 对于任意液相区域, 应用质量守恒定律可得如下方程

$$\frac{\partial m_l}{\partial t} = -S_{ml} \quad (3)$$

式中:  $m_l$  为区域内液相质量, kg;  $S_{ml}$  是源项, 即“液-气”界面上的水分蒸发速率, kg/s。当式(2)和(3)应用于同一区域时, 液相因蒸发而减少的质量正好等于气相中因蒸发而增加的蒸气质量, 即  $S_{ml} = S_{mv}$ 。

**2.2.3 能量方程** 由于干燥过程为相变传热过程, 因此温度场受到相分布的影响, 传热为非稳态传热。多孔介质内部孔隙微小, 因此忽略液相和气相的对流传热, 传热只以导热形式进行, 而导热包括固、液、气三相相互之间的导热。对于物理模型任意区域(含骨架)应用能量守恒定律可得

$$\frac{\partial I}{\partial t} = (k \nabla^2 T) + S_H \quad (4)$$

式中:  $I$  为区域热焐, J;  $k$  为等效导热系数, W/(m·K);  $T$  为温度, °C;  $S_H$  为内热源, 即“液-气”界面上的水分蒸发吸热, J/s。在非常缓慢干燥的情况下, 式(4)中的非稳态项可近似等于 0, 于是式(4)退化为稳态传热模型。

**2.2.4 干燥模拟算法** 由式(2)~(4)构成的方程组, 加上适当的定解条件即可求得相关二维分形孔道网络物理模型问题的解。结合“毛细流”问题, 计算机干燥模拟算法的步骤归纳如下:

1) 标记网络中的每个液团(TC), 如图 5 中的 ①、②、③、④、⑤、⑥;

2) 计算每个液团所有通过与气相接触液面的总蒸发量, 如图 5 中液团 ① 的总蒸发量为该液团的 8

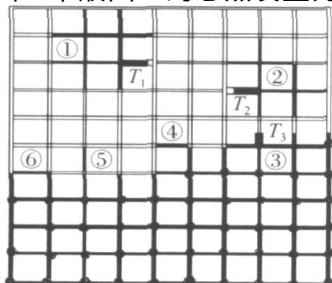


图 5 孔道网格干燥液相分布

Fig. 5 Liquid-phase distribution of pore network drying

个喉道“液-气”界面上的蒸发量之和;

3) 计算模型的温度场;

4) 找出每个液团边界喉道中毛细压力最小的喉道;

5) 将每个液团在 2) 中得到的总蒸发量计入第 4) 步所确定的喉道上, 并计算干燥时间;

6) 选择由 5) 得到的最先干燥完毕的喉道作为本模拟循环周期干燥完毕的喉道(含其相连的节点), 计算其干燥完毕所需时间; 同时计算该时间段内其他液团边界毛细压力最小的喉道的蒸发量, 并从相应喉道中扣除相应蒸发的水分量;

7) 更新网络的液相分布; 重复上述过程, 直至整个模型干燥完毕。

### 3 结束语

本研究应用分形几何学分析了自然多孔介质的孔隙分形特征, 提出了剖分数的概念, 该参数由孔隙分形维数计算得到, 可有效反映模型结构的复杂程度。在二维规则孔道网络模型的基础上, 考虑多孔介质微观分形结构特征对干燥过程的影响, 构建了具有不同孔隙分形维数的分形孔道网络物理模型。

建立的分形孔道网络数学模型, 考虑了液相毛细流动、汽相扩散、温度梯度和孔隙微细结构特征等多种因素对自然多孔介质干燥过程的影响。该模型可直接输入多孔介质孔隙微细结构特征参数, 如孔隙率、孔隙大小分布等, 作为模型参数来预测干燥过程特性, 而无需象传统干燥模型那样必须依赖由实验加以确定的“有效传输系数”。另外, 模型采用非稳态方程描述热质传递过程, 较“准稳态方程”模型更接近自然多孔介质的热风对流干燥过程。

### 参 考 文 献

- [1] 丁小明. 多孔介质干燥的孔道网络模拟及试验研究[D]. 北京: 中国农业大学, 2003
- [2] Liukov A V. Heat and Mass Transfer in Capillary Porous [M]. London: Pergamon, 1966
- [3] Fortes M, Okos R. Drying Theories: Their bases and limitations applied to food and grain [J]. Advances in Drying, 1980(1): 119-154
- [4] Whitaker S. Simultaneous heat mass and momentum transfer in porous media, a theory of drying [C]. Advances in Heat Transfer. New York: Academic Press, 1977: 119-203
- [5] Maneval J, Whitaker S. Effects of saturations hetero-

- genities on the interfacial mass transfer relation [C] Roques M A, Mujumdar A S. In Proceedings of the 6th International Drying Symposium. Versailles, 1988:499-506
- [6] Lenormand R, Touboul E, Zarcone C. Numerical models and experiments on immiscible displacements in porous media[J]. Fluid Mech, 1988, 1:165-187
- [7] Daian J F, Saliba J. Détermination d'un réseau aléatoire de pores pour modéliser la sorption et la migration d'humidité dans un mortier de ciment[J]. Int J Heat Mass Transfer, 1991, 34 (8) : 2081-2096
- [8] Nowicki S C, Davis H T, Scriven L E. Microscopic determination of transport parameters in drying porous media [J]. Drying Technology-an International Journal, 1992, 10(4) :925-946
- [9] Prat M. Percolation model of drying under isothermal conditions in porous media[J]. Int J Mult Flow, 1993, 19 :691-704
- [10] Laurindo J B, Prat M. Numerical and experimental network study of evaporation in capillary porous media, drying rates[J]. Chem Eng Sci, 1998, 53(12) : 2257-2269
- [11] Laurindo J B, Prat M. Numerical and experimental network study of evaporation in capillary porous media, phase distributions[J]. Chem Eng Sci, 1996, 51(23) : 5171-5185
- [12] Prat M. Isothermal drying of non-hygroscopic capillary-porous materials as an invasion percolation process[J]. Int J Mult Flow, 1995, 19 : 691-704
- [13] Yiotis A G, Stubos A K, Yortsos Y C, et al. A pore network model for drying processes in porous media[C] In Proceedings of 2001 ASME, International Mechanical Engineering Congress and Exposition. New York: 2001 : 53-60
- [14] Plourde F, Prat M. Pore network simulations of drying of capillary porous media. Influence of thermal gradients [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer 2003, 46: 1293-1307
- [15] Prat M. Recent advances in pore-scale models for drying of porous media[C] In IDS2000, Proceedings of the 12th International Drying Symposium. The Netherlands, 2000:366
- [16] Segura L A, Toledo P G. Pore-level modeling of isothermal drying of pore networks accounting for evaporation, viscous flow and shrinking [J]. Int J Drying Technology, 2005, 23 : 2007-2019
- [17] 杨彬彬. 多孔介质干燥分形孔道网络模拟及实验研究[D]. 北京:中国农业大学, 2006