

## 多孔介质干燥理论的回顾与展望

刘相东<sup>1</sup> 杨彬彬<sup>2</sup>

(1. 中国农业大学工学院, 北京 100083; 2. 中国农业大学食品科学与营养工程学院, 北京 100083)

**摘要** 简要回顾了固体物质在干燥过程中湿分迁移的理论及这一理论的发展历程;介绍了固体物质中湿分传递的主要理论和模型,包括传统的连续介质假设模型和为了克服它们在描述微观结构特性上的不足而创立的应用于多孔介质的体积平均理论;还介绍了近 10 余年来干燥理论研究的趋势,特别是在利用相邻学科的成果应用于揭示湿分在固体物质内部迁移的微观原因方面所做的努力,其中包括孔道网络模型和多尺度方法,以及分形理论在多孔介质干燥中,内部水分迁移过程的应用前景。

**关键词** 固体;湿分;传递理论;孔道网络;分形;多尺度

**中图分类号** TQ 028.6

**文章编号** 1007-4333(2005)04-0081-12

**文献标识码** A

### Review and vista on drying theories of porous medium

Liu Xiangdong<sup>1</sup>, Yang Binbin<sup>2</sup>

(1. College of Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. College of Food Science and Nutritional Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

**Abstract** The theories of moisture transfer inside a wet solid during a drying process, which were deduced base on the hypothesis of a continuous porous body, were reviewed. The hypotheses of their transformation mechanisms, the mathematical models, the merits and limitations, and the applications of these theories were summarized. Besides, some new and possible study trends on drying theory in the last decade and the near future, especially those obtained and to be obtained by applying the outcomes from other correlative fields, e. g. the pore network model, the multi-scale method and the fractal geometry, were anticipated for a deeper investigation into the micro mechanisms of inner transfer phenomena in solid.

**Key words** solid; moisture; transfer theory; pore network; fractal; multi-scale

湿物质的干燥过程,特别是热力干燥过程的本质就是一个热量和质量的耦合传递过程。一方面,物料从干燥介质吸收热量,即热量由湿物质的外部向其内部进行传递;另一方面,湿物质内部的水分则由内向外传递,直到湿物质的含水量降低至满足工艺要求为止。因此固体物质内部以及周围流体边界层内的热、质传递过程是干燥过程研究中最重要、最基本的问

题之一。  
按照 Luikov<sup>[1]</sup>的划分,被干燥的湿固体物质可分为 3 类:

1) 典型的胶体。最显著的特征就是干燥中体积会发生收缩,但不会失去弹性特性(如凝胶、琼脂等

物质);

2) 典型的毛细多孔介质。经干燥过程后这类物质会轻微收缩,会失去弹性明显变脆并可轻易被碾碎(如沙子、木炭等物质);

3) 胶体毛细多孔介质。胶体毛细多孔介质。这类物质兼具上述 2 类之特性,即干燥后它们会变脆——但不会完全失去弹性,特别是其孔壁仍会保持弹性,且吸湿后膨胀(如绝大多数的植物组织、皮革、卡板纸等物质)。前 2 类典型物质数目有限,工业上遇到的需经干燥处理的大部分湿物质都属于第 3 类。

多孔介质涵盖的范围非常广,岩石、矿物、陶瓷、

收稿日期: 2004-09-22

作者简介: 刘相东, 教授, 博士生导师, 主要从事干燥理论和农产品干燥过程与装备研究。E-mail: xdliu@cau.edu.cn

建筑材料、保温材料、催化剂、植物的根茎叶,以及各种农产品、食品等都属于多孔介质的范畴。可以说,多孔介质是工业干燥过程的主要对象。

20世纪初,就已经开始对固体物质内部的质量传递过程进行研究。但由于多孔介质内部容水结构复杂、尺度细微、传输过程的物理机制多样且影响因素繁多,及过程观察困难等诸多原因,这一研究进展缓慢<sup>[2]</sup>。

由于物质的原子和分子间存在间隙,因此任何实际物质的物理量在空间上都是非连续的。同时又由于分子的随机运动,空间上一点的物理量对时间而言也是不连续的。然而由于最初研究的着眼点是物体的宏观特性,如湿分的迁移速度等大量分子的平均统计特性,涉及的特征时间也远远大于分子之间发生碰撞的时间,因此有足够的理由将多孔介质看成由连续分布的质点组成;而所谓质点是指包含在一个小体积内的大量分子的集合体,比单个分子的平均自由程大得多,但与所考虑的研究范围相比又足够小,可近似看成一个点:这样就把研究的对象——多孔介质,视为连续介质的物理模型,认为任意时刻空间内的所有点都被质点所占据,而表征物体性质和运动特性的物理量为时间和空间的连续函数。从而可以采用数学中连续函数这一有力手段来分析和解决其内部的湿分迁移问题——就象流体力学研究一样,可应用欧拉方法或拉格朗日方法来建立其连续介质的传输模型。迄今为止,大多描述湿物质内部湿分迁移过程的数学模型,包括干燥研究中最常采用的费克定律就是如此建立起来的。

应用上述连续介质假设的方法进行多孔介质干燥过程中湿分传输的研究存在2个很明显的缺陷:

由于湿分在多孔介质内部的传输只能在孔隙内进行,不能任意方向行进,或至少不能在所有方向上表现出相同的特性;多孔介质具有不同结构特性(如空隙率、孔道半径及其分布、孔道曲折度等),必然会影响到湿分的迁移效果。上述第一个缺陷,多孔介质的各向异性是应用连续介质假设模型所无法克服的;而对于第二个缺陷,连续介质模型只得将其综合效果用一些必须依赖试验的传输系数来加以考虑,把传输模型变成了依赖试验的半理论模型。

为克服上述第二个缺陷,Whitaker应用体积平均的方法<sup>[3]</sup>,在系统内任选一个表征单元体,并认为该单元体的结构特性可以反映整体,然后对该单元体微容湿结构内湿分传输模型进行求解来确定

“有效传输参数”,并将之应用于该系统宏观传输模型。该方法使这些参数有可能不必再通过试验来确定,并将传输模型由半理论模型转化为理论的分析模型。但是Whitaker的体积平均的方法仍然需要连续介质假设,甚至对介质的均一性要求更加严格,以满足其“表征性体积单元”选取的可能性,因此该方法与前述连续介质假设并没有本质上的区别。

由于干燥过程中多孔介质内部湿分的迁移是在介质孔道内部进行的,且孔道的分布并不一定均匀,因此按上述“连续介质假设模型”预测出的迁移规律常常与实际干燥过程相差甚远,比如“在湿物质内部存在一个平行于干燥界面的连续、缓慢下移的蒸发前沿”,“干燥速率与沿湿分迁移方向的湿组分浓度差成正比”等基于连续介质假设的传统模型得出的结论都与很多实际观察结果不符,其理论缺陷日益明显。

一个实际多孔介质在干燥过程中其湿分是在孔隙内迁移的,因此一个合理的模型应该是建立在孔隙空间内的迁移模型,其迁移路径只能在定义域内(即孔隙内)进行。很显然这样的模型并不能将湿物质作为连续介质处理,必须采用不连续介质模型的构建手段和方法;且其模型的空间尺度、迁移现象为微观尺度和微观现象;多孔介质的结构特征也不一定具有各向同性。这些微细结构与多孔介质中的湿分迁移过程常常使连续介质的假定(如无滑移边界条件)不再适用或部分地不适用。应该根据微细结构与多孔介质的不同类型加以区别对待,分别考察其几何尺度、表面条件、无滑移条件、可压缩性及分子间作用力等因素对微细结构中传输过程的影响,研究温度场、湿度场、流场及饱和度在多孔介质内的分布与变化规律及湿分传递与蒸发、冷凝基本规律,进而用不连续介质的描述建立不同类型微细结构与多孔介质中传输过程的物理模型和有效的数值模拟方法,这是干燥理论研究的一个重要的方向。

20世纪90年代以来,Prat<sup>[4]</sup>、Nowicki<sup>[5]</sup>以及丁小明<sup>[6]</sup>等在干燥过程的孔道网络模型和模拟方面所做的工作可视为一个开端,作者认为在不久的将来一定有更多的研究成果出现。预计最有希望的方向是应用多尺度方法、格子-波尔兹曼方法、孔道网络方法以及分形几何等来研究湿物质干燥中的湿分迁移过程。

## 1 湿介质内部湿分迁移的连续性模型<sup>[7]</sup>

依据湿分在固体物质内迁移过程中的相态、运

动形式、驱动力等因素,人们相继提出了液态扩散理论、毛细理论、蒸发冷凝理论、Luikov 理论、Philip 与 De Vries 理论、Krischer 与 Berger 理论等来描述干燥中的质量传递过程。这些理论均假设湿物质为均匀、各向同性的连续介质;但用于描述不同物质的干燥过程时各有特点及局限性。

### 1.1 液态扩散理论

Lewis<sup>[8]</sup>早在 20 世纪 20 年代就提出了液态扩散理论,认为干燥时固体物质内的湿分是以液态扩散形式进行迁移的,推动力为其内部的湿分浓度梯度,并给出了过程的数学模型:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = \nabla (K_l \nabla M) \quad (1)$$

式中:  $M$  为干基湿含量,  $\text{kg}/\text{kg}$ ;  $K_l$  为基于浓度梯度的液相扩散系数,  $\text{m}^2/\text{s}$ ;  $t$  为时间,  $\text{s}$ 。

液态扩散理论多被食品和谷物研究者应用于球形或平行六面体的干燥过程;而扩散系数则被假定常数,或与温度或浓度线性相关,或与温度呈 Arrhenius 型相关。

这种理论认为液体扩散是湿分迁移的唯一方式,但这一点广受质疑。Hougen<sup>[9]</sup>等指出,只有在正确预测干燥过程中物体内部湿分梯度的情况下,该模型才成立。对肥皂和纸张的干燥实验表明,理论计算结果和实验结果有明显差别。Hougen 等还认为,在某些情况下如果采用可变扩散系数,计算结果会更好。他们还认为:

1) 在物料的平衡水分含量低于大气饱和点时,扩散方程能用于粘土、淀粉、面粉、织物、纸张和木材的干燥;

2) 对于固液互溶的单相固体系统,扩散方程能用于肥皂等物料的干燥。

Babbit<sup>[10]</sup>认为:物体内部扩散的推动力不应该是湿分的浓度梯度而是压力梯度,而且由于吸附和解吸的复杂性,浓度和压力之间一般也不会是线性关系,因此式(1)的物理有效性很值得怀疑;另外,单一的浓度方程也不能区分可能同时存在的、由其他迁移机理引起的扩散。通过纤维板实验,Babbit 证实,湿分在蒸汽压梯度的作用下甚至能沿与浓度梯度方向相反的方向流动。此外,液体扩散方程(1)的等温扩散的假设同样受到了质疑。

Sherwood<sup>[11]</sup>则认为,尽管液态扩散理论有许多不足,但方程(1)仍得到广泛应用,误差也不很大,这主要是因为该模型表达简单、计算方便,且依靠试验

的扩散系数补偿了模型的理论偏差所造成的计算误差。

上述扩散理论并未考虑收缩、表面硬化等因素,在应用中除了湿分浓度和温度,其他与扩散系数有关的因素要么被忽略,要么被混为一谈。

### 1.2 毛细理论

毛细现象是指由液体和固体之间的分子吸引力产生的穿过缝隙或沿固体表面的液体流动。Buckingham<sup>[12]</sup>最先分析了这种现象,他将非饱和毛细流动的驱动力定义为毛细势。

毛细势指是毛细管中气液界面两侧的压力差。毛细作用下,界面因为液体的表面张力作用呈弯月状。毛细液流量可由式(2)计算

$$J_l = -K_H \nabla \quad (2)$$

式中:  $J_l$  为毛细液流量,  $\text{kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$ ;  $K_H$  为不饱和水力传导系数,  $\text{m}^2/\text{s}$ ;  $\nabla$  为毛细势,  $\text{kg}/\text{m}^4$ 。

在等温条件下,通常认为毛细势与湿分梯度成正比。因此,式(2)可改写为:

$$J_l = -K_H s \nabla M \quad (3)$$

其中不饱和水力传导率  $K_H$  可由下式确定:

$$K_H = \frac{\cos \theta}{4} \frac{r_1}{r_0^2 f(r)} \int_{r_0}^{r_1} r^2 f(r) dr \quad (4)$$

式中:  $f(r)$  为孔道半径分布的微分曲线;  $r, r_0, r_1$  分别为毛细孔半径及其最小值、最大值,  $\text{m}$ ;  $s$  为干物质密度,  $\text{kg}/\text{m}^3$ ;  $\mu$  为流体的动力黏度,  $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$ ;  $\sigma$  为流体的表面张力,  $\text{N}/\text{m}$ ;  $\theta$  为流体的润湿角, 弧度。

式(3)用湿含量表达毛细液流量,以便在干燥研究中的应用。

Ceaglske 和 Hougen<sup>[13]</sup>指出,颗粒床干燥时,水分的流动完全由毛细势决定,与湿分浓度无关。他们通过实验证明,湿分甚至可以沿浓度增加的方向流动。Miller<sup>[14-15]</sup>等认为其原因就在于驱动力是表面张力梯度,而表面张力和黏性流动都与压力有关。只有在介质均匀,并忽略自重的情况下,张力才会与湿分含量成正比。

1) 当存在连续的通道时,物体缝隙中的湿分(与表面水以及细胞间隙内的自由水类似)在重力和毛细力的作用下发生迁移。因此, Hougen 等得出结论:毛细流动方程在干燥中可用于:物料中高于饱和湿含量部分水分的干燥,如某些过湿饱和的织物、皮革和纸张;

2) 在颜料、矿物、黏土、土壤、沙粒等细微粉末或颗粒物料中,超出环境饱和状态下平衡湿含量的这

部分水分的干燥。

在食品干燥领域,毛细流动已成为湿分迁移的基本机理,主要用于描述湿物质在高水分段的干燥过程,而低水分段则需用其他理论加以描述。

### 1.3 蒸发冷凝理论

Henry<sup>[16]</sup>在研究棉花包吸水问题时,研究了一种物质通过孔道在另一种物质内的扩散,在扩散过程中扩散物质可能被部分阻滞或被吸收。虽然他的理论并未明确指出蒸汽是唯一的扩散物质,但他基于此假设的研究以及所有修正方程均假设湿分只以汽态的形式扩散。Henry 理论考虑了热量、质量的同时扩散过程,并将固体内的孔道假设成均匀、连续的网络。为数学计算方便,他进一步假设:物体内的蒸汽量与蒸汽浓度和温度呈线性关系,扩散系数为常数。据此导出质量平衡方程:

$$a K_v \nabla^2 M_v = a \frac{\partial M}{\partial t} + (1 - a) s \frac{\partial M}{\partial t} \quad (5)$$

能量平衡方程:

$$a s c_s \frac{\partial T}{\partial t} = K_T \nabla^2 T - L_v \frac{\partial M}{\partial t} \quad (6)$$

式中: $a$ 为孔道中的空气体积分数; $\nabla^2$ 为扩散路径迂曲度系数; $T$ 为温度,K; $M_v$ 为孔隙中的蒸汽浓度, $\text{kg}/\text{m}^3$ ; $K_v$ 为蒸汽扩散系数, $\text{m}^2/\text{s}$ ; $c_s$ 为固体骨架的比热, $\text{J}/(\text{kg}\cdot\text{K})$ ; $K_T$ 为导热系数, $\text{W}/(\text{m}\cdot\text{K})$ ; $L_v$ 为固体的吸附/解吸热, $\text{J}/\text{m}^3$ 。

Gurr<sup>[17]</sup>等证实,确实存在蒸汽形式的湿分迁移。他们通过实验发现:土壤等非饱和多孔介质在温度梯度下无液态流动,水分只以蒸汽形式进行迁移;然而当存在压力梯度时,全部为液态流动。

Hougen 等指出,由于物质内部存在温度梯度,其内部将产生由里向外的蒸汽压力梯度。因此湿分可以在物体内部以蒸汽扩散的形式迁移。蒸发和蒸汽扩散适用于所有对湿物质进行一侧加热、另一侧干燥以及颗粒床干燥的情况。

Wang<sup>[18]</sup>等在 Henry 理论的基础上,建立了一些谷物床内部湿分迁移的模型。Young 则对 Lewis 数进行了修正,用以确定传热方程在干燥过程中的显著性。当修正 Lewis 数大于 60 时,可忽略传热作用,只需用传质方程来描述干燥过程;其小于 60 时,则主要考虑传热。

### 1.4 Luikov 理论

Luikov 在前苏联学术界享有盛名。1934 年他提出了“湿分的热扩散”概念,指出温度梯度也是影

响物料内湿分迁移的因素。但在后来的应用中很少有人对其假设条件进行过仔细研究,因此,有必要对 Luikov 理论的基本观点和限制条件进行一个回顾。

在创建其理论的过程中,Luikov 应用了不可逆热力学原理并做了如下假设:

- 1) 蒸汽、空气和水分分子的质量传输会同时发生。蒸汽和惰性气体(空气)以扩散、渗流以及存在压力梯度时的滤流等形式进行;而液体的传递则以扩散、毛细吸附和滤流的形式进行。这些传输方式均被有条件地称为扩散,并采用了与 Fick 定律相同的形式加以描述;
- 2) 不考虑收缩和变形;
- 3) 物料各向同性;
- 4) 忽略松弛项。

在上述假设的基础上,由质量平衡和能量平衡有:

$$\frac{\partial M}{\partial t} = K_{11} \nabla^2 M + K_{12} \nabla^2 T \quad (7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K_{21} \nabla^2 M + K_{22} \nabla^2 T \quad (8)$$

式中: $K_{11}$ 、 $K_{12}$ 、 $K_{21}$ 、 $K_{22}$ 为综合系数。上述控制方程组奠定了液态水、水蒸气同时传递耦合模型的理论基础。此模型的优点在于从机理上较真实地反映了在多孔介质中的非稳态过程湿分迁移过程。在 Luikov 理论中,一切物料特性都包含在 4 个耦合系数里。而大量实验研究证明,这些系数不仅随物质的不同而改变,而且还受温度和湿含量变化的影响。考虑到局部温度变化可能引起附加压力梯度对过程的影响,Luikov 又提出考虑压力变化的模型:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = K_{11} \nabla^2 T + K_{12} \nabla^2 M + K_{13} \nabla^2 P \quad (9)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = K_{21} \nabla^2 T + K_{22} \nabla^2 M + K_{23} \nabla^2 P \quad (10)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = K_{31} \nabla^2 T + K_{32} \nabla^2 M + K_{33} \nabla^2 P \quad (11)$$

式中: $K_{11} \sim K_{33}$ 为耦合系数; $P$ 为压力, $(\text{kg}\cdot\text{m})/\text{s}^2$ 。

后来的研究者称之为三参数模型,其中浓度、压力和温度梯度均被认为是影响因素。三参数模型论证严密,理论上具有较强的通用性,但该模型中的 9 个耦合系数很难确定,限制了它的应用<sup>[2,19]</sup>。

### 1.5 Philip 与 De Vries 理论

Philip 和 De Vries 分别导出了多孔介质内同时存在水分梯度和温度梯度时的质量和热量的传递方程。他们假定在水分的液态扩散同时也存在蒸汽扩

散和毛细作用迁移。导出的方程如下<sup>[7,20]</sup>：

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla (K_{mT} \nabla T) + \nabla (K_m \nabla M) + \frac{\partial G}{\partial z} \quad (12)$$

$$\rho_b c_b \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla (K_T \nabla T) + L_v \nabla (K_v \nabla M) \quad (13)$$

式中： $K_{mT}$ 为温度梯度导致的湿(包括液、汽两相)扩散系数,  $m^2/s^2$ ； $K_m$ 为湿(包括液、汽两相)扩散系数,  $m^2/s$ ； $K_T$ 为导热系数,  $W/(m \cdot K)$ ； $K_v$ 为蒸汽扩散系数,  $m^2/s$ ； $G$ 为液相的重力流率,  $m/s$ ； $L_v$ 为固体的吸附/解吸热,  $J/m^3$ ； $z$ 为平行于重力方向的座标,  $m$ ； $\rho_b$ 为介质密度,  $kg/m^3$ ； $c_b$ 为介质比热,  $J/(kg \cdot K)$ 。

由于推导过程的限制,式(12)、(13)只用于湿分在孔道或毛细管内连续分布的区域。后来 De Vries 又对此理论进行了改进,考虑了润湿热和焓,并将湿分在液相和气相的变化区分开来<sup>[21]</sup>。Philip 和 De Vries 理论的物理依据充分,在地质、水文和石油科学领域内应用较多,但基本没有在食品和农产品干燥中应用。方程中的传输系数也需通过试验获得。

### 1.6 Krischer 与 Berger 以及 Pei 理论

Krischer 对许多多孔介质的热质传递进行了研究,其工作为许多干燥理论打下了基础。他假设:干燥时湿分能通过毛细作用以液体形式迁移,也能在蒸汽浓度梯度下以蒸汽形式迁移。其流量方程为<sup>[7]</sup>：

$$J_1 = K_{l1} \nabla M \quad (14)$$

$$J_v = -K_v \nabla P_v \quad (15)$$

式中： $J_1, J_v$ 为水分和蒸汽的扩散通量,  $kg/(m^2 \cdot s)$ ； $K_{l1}$ 为液体扩散系数,  $m^2/s$ ； $K_v$ 为基于压力差的蒸汽扩散系数,  $s/m$ ； $\rho_l$ 为液体密度,  $kg/m^3$ ； $P_v$ 为蒸汽压,  $N/m^2$ 。

Berger 和 Pei 指出, Krischer 模型采用了整个含湿量范围内的吸收等温线和第一类表面边界条件,这使得其应用存在着问题。Berger-Pei 模型<sup>[22]</sup>是 Krischer 模型的扩充,它基于以下假设：

- 1) 液态迁移由毛细流动和浓度梯度引起,蒸汽扩散则由蒸汽压力梯度引起；
- 2) 内部热传递主要包括多孔介质骨架的热传导和相变潜热；
- 3) 在材料内部的任意点,液体含量、蒸汽分压和温度达到平衡；
- 4) 对于液体含量大于最大吸收量时,蒸汽压等于饱和压；

5) 所有热质传递参数均为常数；

6) Fick 定律有效。

在此基础上,根据质量平衡,有质平衡方程：

$$K_{l1} \nabla^2 C + K_v [(a - C) \nabla^2 C_v] = (1 - v) \frac{\partial C}{\partial t} + (a - C) \frac{\partial v}{\partial t} \quad (16)$$

热量平衡方程：

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \nabla^2 T + \frac{L_v}{s c_s} \left\{ K_v [(a - C) \nabla^2 v - \nabla C_1] - (a - C) \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial C}{\partial t} \right\} \quad (17)$$

式中： $C$ 为体积湿含量,  $kg/m^3$ ； $\nabla^2 T$ 为导温系数,  $m^2/s$ ； $a$ 为孔隙内空气的体积浓度,  $kg/m^3$ ； $s$ 为固体密度,  $kg/m^3$ ； $c_s$ 为固体比热,  $J/(kg \cdot K)$ 。

上述方程广泛应用于食品及生物制品干燥过程研究。

从以上几种主要湿分迁移理论的简单回顾可见,在水分在介质中以什么形式进行迁移的问题上,液态扩散理论和毛细理论认为固体内部的湿分只以液相形态迁移;而其他几种理论则认为同时并存液相和气相的迁移过程。而各理论都认为,气相迁移是通过蒸汽扩散实现的,而液相迁移则通过毛细作用实现。关于迁移的动力,对于液相迁移:毛细理论、Krischer 理论认为其动力是毛细势;蒸发冷凝理论、Luikov 理论认为是压力梯度;对于气相迁移:蒸发冷凝理论、Luikov 理论的观点是,温度梯度起作用;而 Krischer 理论认为气相迁移的原因在于存在蒸汽浓度梯度;而在 Philip 和 De Vries 理论中,蒸汽浓度梯度、温度梯度都被认为是迁移的驱动力。上述连续介质假设理论的水分迁移形态、迁移驱动力的比较见表 1。

### 1.7 Whitaker 体积平均理论

上文所述的各种模型将物料视为连续介质,未考虑其内部的微观结构信息。而对物料内部的每一处细节(如孔隙)进行研究是不可能的——这会使得系统异常复杂,以现有的研究手段无法求解。有没有一种既能考虑微观结构和过程,又不至于使系统过于复杂的折中方法呢?在此背景下,Whitaker<sup>[3,23]</sup>提出了一种数学建模技术——体积平均法。他从单相(固体、液体、气体)的热质平衡方程出发,将多孔介质内部不同的相进行体积平均,得到多孔介质热质传递连续方程组。针对某些反映“局部特征”的数学模型,采用空间平滑手段,从中导出适用

于对象整体任意位置的有效数学模型。如:描述多孔介质孔道内水分传输的方程不能直接应用于多孔介质整体;但应用“体积平均技术”可以利用上述有关孔道规模的信息,建立孔道周围局部有效的“体积平均方程”,进而推广至对象的任意空间位置。

表1 传统水分迁移的连续介质假设理论比较<sup>[7]</sup>

Table 1 Comparison of different moisture migration theories based on the hypothesis of a continuous medium<sup>[7]</sup>

理论类型	提出时间	代表学者	迁移形态	迁移动力
液态扩散理论 <sup>[5]</sup>	1921	W. K. Lewis	液态	浓度梯度
毛细管理论 <sup>[12]</sup>	1907	E. A. Buckingham	液态	毛细势
蒸发-冷凝理论 <sup>[16]</sup>	1939	P. S. H. Henry	液态 蒸汽	压力梯度 温度梯度
基于连续介质假设理论				
Luikov 理论 <sup>[11]</sup>	1934	A. V. Luikov	蒸汽 液态	温度梯度 浓度梯度 压力梯度
Philip、De Vries 的理论 <sup>[20]</sup>	1957	J. R. Philip D. A. De Vries	蒸汽 液态	浓度梯度 温度梯度 毛细势
Krischer、Berger 以及 Pei 的理论 <sup>[22]</sup>	1963	O. Krischer D. Berger D. C. T. Pei	蒸汽 液态	浓度梯度 压力梯度 浓度梯度 毛细势

利用 Whitaker“体积平均”概念建立的多孔介质内部湿分传输方程其型式与 Luikov 以及 Philip 和 De Vries 的迁移方程完全相同。该方程组是基于从孔道等级上获得的数据经过空间平滑技巧而建立的宏观方程,因此有着更为严格的理论基础,更富有说服力。应用体积平均方法可以通过对描述孔道微结构“代表区域”的方程求解来确定“有效传输参数”,使这些参数的确定不再依赖试验成为可能。

体积平均方法通过在介质中选取单元体作为研究对象,并认为所选取的单元体代表整体多孔介质的结构特性。此外,因为该理论的建立过程中采用了“代表容积”,所以仍然要求整个系统连续,甚至“相同”,以便将代表容积的结果推广至全部。然而,在实际的应用中,代表性单元体的选取很困难,加之体积平均法是基于“平均容积内部相分布已知”这一

未经证实的假设,因此其实际应用的效果还不理想。

## 2 多孔介质干燥理论的发展趋势

上节所提到的干燥模型都是建立在“连续介质假设”的基础上,然后进一步导出“适用于整个介质体积域内的“产品级传输模型”。然而在真空条件下或当几何尺度足够小时,连续介质的假定可能不再适用。多孔介质及微细结构中的传热、传质问题就属于这种情况。由于几何尺度和结构与常规情况的区别,其中的流动、传热与传质规律必然会呈现不同于常规的特性,这里涉及非连续相中温度和浓度非平衡的数学物理模型,以及运输过程的介观模型(既不同于宏观,又不同于微观模型)的建立等。这些模型需要能够深入到多孔介质的孔道内描述湿组分(液相、汽相、及气相混合物)的传输规律,从而揭示孔道结构参数(如多孔介质的孔道半径、孔隙率、孔径尺寸分布等)和宏/介观条件下的特殊影响因素(如毛细作用、吸附、固体表面效应、蒸汽压降低等)对干燥过程的影响。而这些影响因素是常规连续介质模型很难顾及的。

另一方面,科学研究中一些新的理论和方法的出现,也为干燥理论的更新提供了便利的条件,如侵入渗流理论、分形几何学、多尺度方法等。

下面将对 20 世纪 90 年代出现的干燥过程的孔道网络模型,以及分形、多尺度这 2 种方法在固体干燥过程质量传递研究方面可能应用方向做简要介绍。

### 2.1 多孔介质干燥的孔道网络模型

孔道网络干燥理论是新近发展起来的理论,是一种完全离散化的方法,可将被干燥物质微观结构的影响直接考虑到模型中。孔道网络模型的建立过程见图 1。图 1(a)为一松散的多孔介质微观结构图。图中具有较大体积的孔隙称之为孔道节点,而 2 个孔道节点之间的较小孔隙称为孔道。连接相邻的孔道节点,形成不规则的网络(图 1(b))。与某个孔道节点相邻的节点数称为该孔道节点的配位数。在不规则网络中,各节点的配位数并不一致,直接采用这种模型的研究很少。有学者指出,可采用各孔道节点具有相同的配位数的规则网络代替不规则网络进行研究。当前者的配位数等于后者各节点配位数的平均值时,两模型的主要性质相同<sup>[24]</sup>。因此,可以用规则的孔道网络模型(如正方形的网格,图 1(d))研究多孔介质的干燥过程。

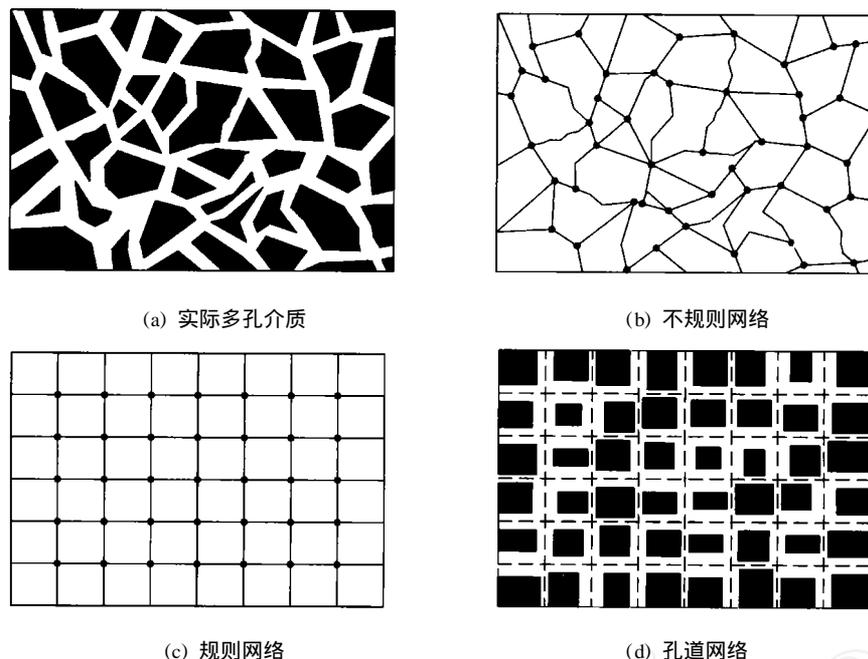


图 1 孔道网络的形成

Fig. 1 Formation of pore network

目前基于孔道网络的干燥理论研究可分为两类,一类是针对单元体上的孔道网络研究;另一类是基于产品等级上孔道网络研究。Nowicki<sup>[5]</sup>等首先尝试在一个从被干燥物质上划定的、具有整体代表性的“表征性体积单元”(REV)上利用孔道网络进行多孔介质干燥的研究。其最初研究是为了获得连续模型中的宏观传输参数及相关特性数据。他们将 REV 内部的孔道空间用孔道网络表述,认为多孔介质干燥过程中孔道空间中流体及气相的流动及分布可以用“统计参数意义上的等效”规则孔道网络来描述,并应用分子动力学方法计算平均体积单元上的有效传输参数(如压力驱动下的相对渗透率、分子扩散时的有效扩散度等)。在建立孔道网络后,进一步建立汽、液相在孔道内的迁移模型,通过计算确定干燥过程中弯月面的位置,即干燥前沿的位置,从而获得关于干燥的其他特性参数及数据。孔道网络方法给出了多孔介质干燥研究的新途径,为干燥研究的进一步发展指明了新方向。但 Nowicki 等的研究只是理论分析而缺乏实验验证,至今仍没有后续的研究报道。

Prat<sup>[25]</sup>第一次应用侵入渗流理论从产品等级上研究刚性多孔介质干燥的微观传输,获得多孔介质干燥的动态干燥特性数据(如多孔介质干燥过程中不同时刻的相分布图及干燥速率曲线)。此研究能够充分利用当前计算机科学技术来研究干燥问题。此外 Prat<sup>[26]</sup>和 Yortsos<sup>[27]</sup>等利用透明的蚀刻孔

道网络模型实验台分析研究了不同条件下多孔介质的干燥情况,实现了多孔介质干燥的可视化研究。

多孔介质的孔道网络模型在孔道等级上对干燥过程进行研究,因而可以获得更多干燥特性数据,包括多孔介质中各相的动态分布、瞬时干燥速率和干燥段的临界值,并且可以直接观察干燥过程(模拟或实验过程),同时还可以分析孔道结构参数对干燥速率的影响。孔道网络模型代表着干燥理论的新的发展方向。

由于多孔介质本身的复杂性,现有的多孔介质孔道网络研究均将其假设为刚性,忽略了许多微观结构,同时也忽略了吸附、变形等实际中可能存在的现象。因此,目前孔道网络模型还不能准确描述物料的干燥过程。然而,作为一种较新的干燥理论,孔道网络理论具有相当的发展潜力。在这方面需要加强的是:(1)探索网络构建的新方法;(2)增加孔道网络的信息量,缩短与实际干燥过程的距离,使之更加真实地描述实际干燥过程;(3)寻求更合理的信息提取方法。

## 2.2 多尺度方法

起源于 20 世纪 80 年代的复杂性科学受到越来越多的关注,其研究对象为复杂性和复杂系统(如湍流、生物群落、大脑神经网络等)。传统研究方法在这种复杂性系统面前有时显得无能为力。复杂性系统的一个显著特征就是有一定的层次结构——具有多尺度性。20 世纪 90 年代初,有学者提出了多尺

度系统理论<sup>[28]</sup>。到如今,该理论已发展成为一门科学。多尺度科学是研究各种空间尺度或时间尺度相互耦合现象的科学。其研究领域十分宽广,涵盖学科为数众多。虽然多尺度科学目前在国际上处于起步的阶段,却处于当代科学的许多极富挑战性问题的核心地位,其发展前途不可限量<sup>[29]</sup>。从20世纪90年代最初应用于信号处理领域到现在,经过10年的发展,多尺度已是流体力学、材料科学、生物学、环境科学、化学、地质学、气象学和高能物理等科学的核心<sup>[29]</sup>。

多尺度方法的基本步骤为:将系统分解为若干不同尺度的子系统;在不同尺度下对各子系统进行研究;进一步研究不同子系统之间的相互联系;通过分析归纳出总系统中多尺度结构产生的控制机理;综合这些不同子系统的研究,来解决总系统的问题<sup>[30]</sup>。多尺度方法的目的是进行多尺度预测和多尺度控制。多尺度预测是从低尺度的规律出发预测高尺度的规律;多尺度控制则是在高尺度采取手段,控制低尺度的特征<sup>[31]</sup>。

1) 尺度的划分。多尺度方法中的尺度通常包括:时间尺度、空间尺度。在化工领域中,还有浓度尺度。不同领域的尺度概念各不相同,即使是在同一领域内部,随着研究问题的角度、目的不同,也有着各异的尺度定义和尺度划分。在空间上,有的学者将所研究的对象划分为3个尺度:微观、宏观以及介观。化工过程中的一种尺度划分为:分子-纳米(微米)-单元(颗粒、液滴、气泡)-聚团-设备-工厂<sup>[30]</sup>。石油开采中,把多孔介质分为孔隙尺度、实验尺度、构造尺度和区域尺度<sup>[32]</sup>。在不同的尺度上有着不同的研究方法,其最终目的是进行多个尺度的综合。

2) 跨尺度信息的融合。尺度的选择、划分是多尺度方法的基础,但如何跨尺度更为关键。因为若不能在各尺度之间形成有效的联系,将各尺度上获取的信息进行融合,则各尺度仍然是孤立的,不能称之为多尺度方法。例如,要控制某一尺度的现象,就需要在另一尺度寻找可操作的手段<sup>[31]</sup>。此外,对于处在复杂性系统中的对象,不仅要了解对象所处的时间和空间尺度,而且往往需要采用跨学科或跨技术的手段,在这些子尺度下和子尺度之间进行研究<sup>[33]</sup>。需要重点突破的是相邻尺度现象之间和跨尺度作用的关联、多尺度结构的定量预测以及这些方法在实际中的验证和应用<sup>[34]</sup>。

3) 多尺度方法在多孔介质干燥研究中的运用展望。多孔介质的干燥过程是一个典型的复杂性系

统。由于研究手段,特别是观察手段和计算手段的限制,传统的连续介质理论舍弃了其微观的复杂性,而假设其为连续介质,随之也舍弃了对整个系统而言不可忽略的微观特征和微观过程。在目前的观察和计算手段下,是否就只能放弃多孔介质的微观特征?多尺度方法给出了否定的答案。到目前为止,还没有发现报道多尺度方法在干燥的湿分传递过程中的运用。但是有理由相信,多孔介质热质传递问题有望通过多尺度方法取得突破。

a. 多孔介质干燥的多尺度特征。空间的几何尺度特征。多孔介质结构本身具有明显的多尺度特征。多孔介质中包含半径大小不一的孔道。半径在 $10^{-5}$  m以下的孔道为毛细孔道,毛细效应对水分迁移起主要作用;而在半径大于 $10^{-5}$  m的孔道中,重力的作用不能忽视<sup>[35]</sup>。Luikov又进一步将毛细孔道分为微毛细孔道(孔道半径小于 $10^{-7}$  m)和宏毛细孔(孔道半径大于 $10^{-7}$  m)。 $10^{-7}$  m是常压下水蒸气分子平均自由程的数量级。在微毛细孔中,孔道半径小于分子平均自由程,存在着稀薄气体效应,即:气体不再具有连续介质的行为,表现出分子离散运动的特征<sup>[36]</sup>。湿分的迁移通过气体的纽德逊扩散实现,毛细孔的壁面吸附一层或多层水分子。这些迁移特征与宏毛细孔中的特征明显不同<sup>[35]</sup>。毛细作用和稀薄气体效应对传热传质都有很大影响,这是深入研究多孔介质干燥机理所不能回避的。

其次,在时间上,干燥中的非费克效应、非傅立叶效应与时间尺度密切相关。两种高浓度组分突然接触、表面突然受热造成瞬间蒸发产生的水分迁移等过程中包含瞬态扩散传质,这种传质现象不能用传统的经典理论解释,称为非费克效应<sup>[37]</sup>。非傅立叶效应:在极端热、质传递条件下,以及微时间/空间尺度条件下的传热/传质中,会出现不遵循Fourier定律的热传递效应,称为非傅立叶效应<sup>[38]</sup>。这两种细观的空间、时间尺度的效应在干燥中都有可能存在。可以预见,多尺度方法的运用将对解决这些非常规传热传质问题起到一定的作用。

此外,多尺度方法的目的之一是多尺度预测:从低尺度的规律出发预测高尺度的规律。而干燥研究的一个重要方向就是从微观结构、机理出发,研究其对宏观特性(如干燥速率曲线)的影响。从这个角度来说,多尺度方法正好满足干燥研究的要求。

b. 多孔介质干燥多尺度研究基本思路。首先,进行尺度划分。在多孔介质的多尺度研究中,如何划分尺度非常重要,关系到多尺度方法能否成功应用。可能的尺度划分为:分子尺度-介观尺度(质点

及孔隙尺度)-被干燥物质尺度-干燥器尺度。分子尺度和干燥器尺度是尺度划分在微观和宏观的延伸。在基础物理学领域,介于宏观和微观之间的“介观尺度”被定义为 $0.1\text{ nm} \sim 1\text{ }\mu\text{m}$ 之间,我们这里的“介观尺度”采用材料模型的尺度定义,即 $0.1\text{ }\mu\text{m} \sim 1\text{ mm}$ 。这样的尺度范围远大于分子运动自由程,但又可能使部分流体运动规律以及热质传递规律失效的尺度。

在各尺度上进行研究所采用的方法并不相同。传递过程微观现象研究常采用的是蒙特卡罗模型;介观现象研究的格子-波尔兹曼模型<sup>[39-40]</sup>;在宏观现象研究中则是传统的基于连续介质假设的连续模型。后一种方法(包括偏微分方程描述和数值方法)虽然会忽略掉一些过程特征,但连续介质假设理论对多孔介质的多尺度研究在很多情况下仍相当有效。缺少宏观尺度的多尺度研究是不完整的。

### 2.3 分形理论在多孔介质干燥中的应用

分形几何学起源于20世纪,其发展大致经历了3个阶段。第1阶段:1875—1925年,人们发现了分形集,并试图描述、分析这类集合与经典几何的差别。第2阶段:1926—1975年。这时对分形集的性质已经有了深入的研究,特别是维数理论研究已获得了丰硕成果。第3阶段:1975年至今,分形几何在各个领域的全面应用。这阶段的代表任务是Mandelbrot。他将在前人研究的基础上,在专著《Fractals: Form, Chance and Dimension》<sup>[41]</sup>中第一次系统阐述了分形几何的思想、内容、意义和方法。此专著的发表标志着分形几何成为了独立的学科<sup>[42]</sup>。1975年以来,分形几何学发展迅速,在众多研究领域成功应用。

多项研究表明,许多多孔介质(包括催化剂、石油储层、煤岩、土壤和气凝胶等)的结构形状具有分形特征。对于具有分形特征的多孔介质,可利用分形理论进行研究。目前的研究集中在水力、地质、热能、冶金、建筑土木、土壤、石油、材料等领域;研究内容主要体现在如下几个方面<sup>[43]</sup>:

- 1) 运用分形描述多孔介质物理性质,如容积密度、孔隙尺寸分布、孔隙表面积、颗粒尺寸分布、团粒尺寸分布、土壤自然结构体形状、土壤地貌;
- 2) 运用分形对多孔介质的空间变异性进行定量研究;
- 3) 运用分形模型模拟多孔介质的物理过程:渗

流、压汞过程、传热、吸收、扩散、水分与溶液的传输、破碎等。

这些分形模型主要包括:二维的Cantor模型、Koch曲线、Sierpinsky地毯、不规则分形孔道模型;三维的小球堆积模型、孔道网络模型、Menger海绵模型等<sup>[44]</sup>。应用见于:Tarafdar等<sup>[45]</sup>构造Sierpinsky地毯,模拟了多孔介质流动过程;Yu等<sup>[46]</sup>则利用Sierpinsky地毯模拟随机行走,以研究多孔介质中的扩散;Perrier等<sup>[47]</sup>建立了PSF(pore solid fractal)模型(图2(a))模拟土壤的破碎过程;Perrier等<sup>[48]</sup>根据实际土壤结构构建了二维不规则分形孔道网络模型(图2(b)),模拟了压汞和退汞、土壤的形变、空气与水分在土壤中的侵入渗流等物理过程;Tsakiroglou等<sup>[49]</sup>在孔道网络内壁上构造分形的表面,研究压汞、退汞;Perfect等<sup>[50]</sup>建立随机的Menger海绵模型(图2(c))研究土壤碎片的尺寸、质量分布。

在多孔介质的传热、传质研究领域,陈永平等<sup>[51]</sup>利用实际多孔介质图像,对土壤的几何结构进行了描述,求出剖面面积分维数,建立了实际多孔介质的导热模型。施明恒<sup>[52]</sup>、张东晖<sup>[53]</sup>得出了多孔介质导热系数的分形表达式,构建了二维Sierpinsky地毯,研究多孔介质中的热传导过程,发现分形介质中的导热过程与骨架的分维、孔隙率有关;罗剑兰等<sup>[54]</sup>针对多孔复相介质分形几何结构热问题,建立和发展了多重双尺度分析的概率模型,并进行了数值模拟。

目前尚无分形几何学运用于多孔介质内湿分传输过程研究的报道。但可以预测,分形几何是研究多孔介质传热传质过程的有效工具。其中,利用分形模型模拟多孔介质中的湿分迁移过程很有研究潜力,我们目前正在进行这方面的探索。在我们的研究中所采用的基本步骤为:采用Voronoi镶嵌法<sup>[48]</sup>建立与图2b类似的,由固体物质骨架和孔道构成的二维分形孔道网络模型。液、汽、气三相均在孔道中进行迁移;骨架由许多互不相连的碎片组成,碎片的形状为多边形,相邻碎片之间的孔隙即为孔道。孔道由多级孔道网络组成,具有分形特征。不同的级别的孔道宽度不同;建立孔道内部的热质传递数学模型并在相应边界条件下求解,得出任意时刻孔道网络内部的湿分分布和湿分饱和度;经数据分析和处理最后获得干燥速率曲线。

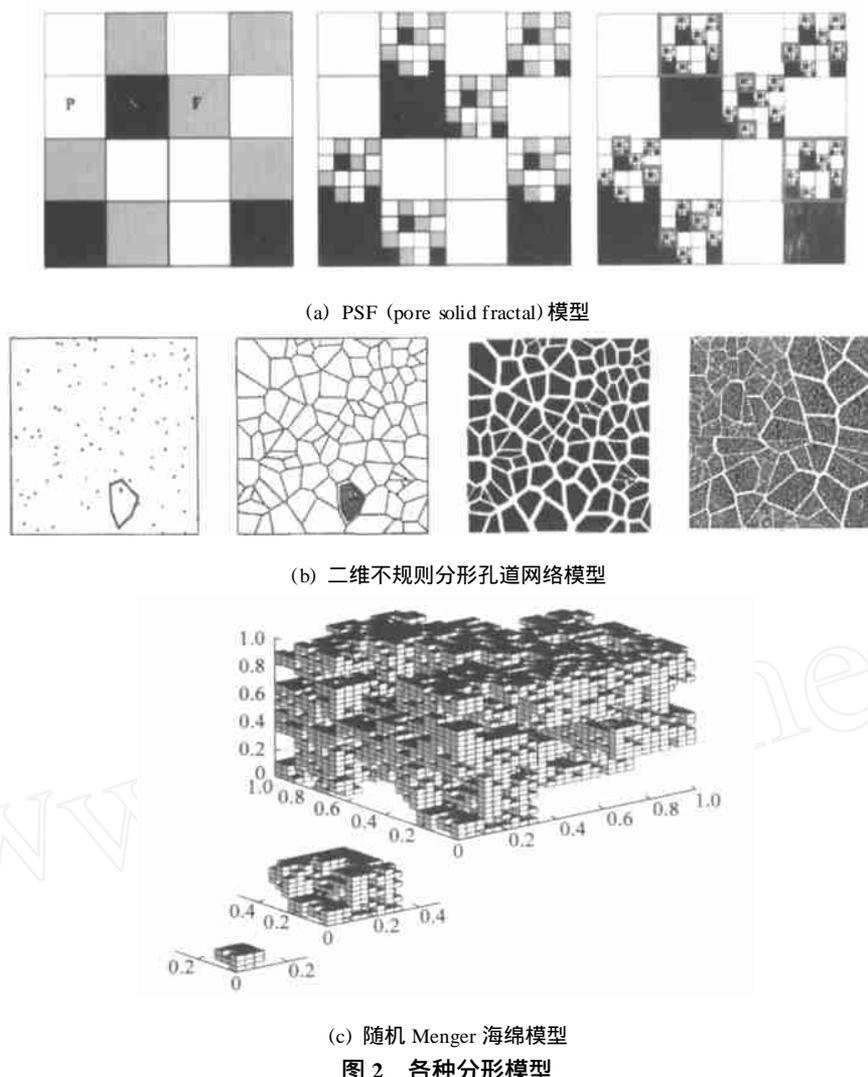


Fig. 2 Examples of fractal models used in various researches

### 3 小 结

本文阐述了固体物质在干燥过程中的湿分迁移过程的各种连续体假设模型的主要观点以及各自的特点。指出了连续介质假设理论存在的不足和缺陷。

相对于这些基于连续介质假设的湿分迁移理论而言,孔道网络模型方法可以说是干燥理论研究历程中的一次革命。它针对多孔介质的微观结构尺度,力图探究多孔介质微细结构特征与宏观传递现象之间的联系。随着研究的深入,孔道网络方法还将发挥更大的作用。

多尺度方法在许多领域得到了应用,特别是在解决复杂系统问题上具有其他方法不可比拟的优势。基于对多孔介质形态特征和内部热质传递特性的分析,本文认为,在多孔介质干燥研究中引入多尺

度方法是可行的。干燥的多尺度研究应以尺度的划分以及各尺度上具有代表性的方法为基础,采用尺度综合方法,以多尺度信息融合为最终目的。

分形几何学也是已在诸多应用领域取得了很大成就的一种新方法,在多孔介质的干燥研究领域同样也有着很广阔的应用前景。孔道网络理论与分形理论将是尺度综合的有效方法。

### 参 考 文 献

- [1] Luikov A V. Drying Theory [M]. Moscow: Energia, 1986
- [2] 丁小明. 多孔介质干燥的孔道网络模拟及试验 [D]. 北京:中国农业大学,2003
- [3] Whitaker S. The Method of Volume Averaging [M]. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht/Boston/London, 1999
- [4] Prat M. Percolation model of drying under isothermal

- conditions in porous media[J]. *Int J Mult Flow*, 1993, 19:691-704
- [5] Nowicki S C, Davis H T, Scriven L E. Microscopic determination of transport parameters in drying porous media[J]. *Drying Technology - An International Journal*, 1992, 10(4):925-946
- [6] 丁小明,刘相东. 多孔介质干燥的孔道网络试验及模拟[J]. *干燥技术与设备*, 2004, 2
- [7] Fortes M, Okos R. Drying theories: Their bases and limitations applied to food and grain[J]. *Advances in Drying*, 1980, 1:119-154
- [8] Lewis W K. The rate of drying of solid materials[J]. *J Ind Eng Chem*, 1921, 13:427-432
- [9] Hougen O A, et al. Limitations of diffusion equations in drying[J]. *Trans AICHE*, 1940, 36(2):183-206
- [10] Babbitt J D. On the differential equations of diffusion[J]. *Can J Res Sect A*, 1950, 18:419-474
- [11] Sherwood T K. Air Drying of solids[J]. *Trans AICHE*, 1936, 32:150-168
- [12] Buckingham E A. Studies on the movement of soil moisture[J]. *U S Dept Agr Bull*, 1907, 38
- [13] Ceaglske N H, Hougen O A. The drying of granular solids[J]. *Trans A I C E*, 1937, 33(3):283-312
- [14] Miller E E, Miller R D. Theory of capillary flow: practical implications[J]. *Proc Soil Sci Soc Am*, 1955, 19:267-271
- [15] Miller E E, Miller R D. Theory of Capillary flow: experimental information[J]. *Proc Soil Sci Soc Am*, 1955, 19:271-275
- [16] Henry P S H. Diffusion in Absorbing Media[J]. *Proc R Soc London*, 1939, 171A:215-241
- [17] Gurr C G, Marshall T J, Hutton J T. Movement of water in soil due to a temperature gradient[J]. *Soil Sci*, 1952, 74:335-345
- [18] Wang J. Theory of drying[D]. thesis. Michigan State University, 1958
- [19] 魏琪,林建海. 含湿多孔介质内部热质传递规律的国内外研究概况[J]. *四川工业学院学报*, 1995, 14(2):121-124
- [20] Philip J R, De Vries D A. Moisture movement in porous materials under temperature gradients[J]. *Trans A Geophys Union*, 1957, 38(2):222-232, 594
- [21] De Vries D A. Simultaneous transfer of heat and moisture in porous media[J]. *Trans Am Geophys Union*, 1958, 39(5):909-916
- [22] Berger D, Pei D C T. Drying and hygroscopic capillary porous solids. A theoretical approach[J]. *Int J Heat Mass Transfer*, 1973, 16:293-302
- [23] Whitaker S. Simultaneous Heat, Mass and Momentum Transfer in Porous Media. A Theory of Drying. *Advances in Heat Transfer* [M]. New York: Academic Press, 1977. 13, 119-203
- [24] Prat M. Recent advances in pore-scale models for drying of porous media[J]. *Chemical Engineering Journal*, 2002, 86:153-164
- [25] Prat M. Recent Advances in Pore-Scale Models for Drying of Porous Media. In *IDS2000, Proceedings of the 12th International Drying Symposium (CD-ROM)* [S]. The Netherlands, Aug 28 - 31, 2000; Paper No. 366
- [26] Laurindo J B, Prat M. Numerical and experimental network study of evaporation in capillary porous media[J]. *Phase Distributions Chem Eng Sci*, 1996, 51(23):5171-5185
- [27] Tsimpanogiannis I N, Yortsos Y C. Scaling theory of drying in porous media[J]. *The American Phy Soc*, 1999, 59(4):4353-4365
- [28] 赵巍,潘泉,戴冠中,等. 多尺度系统理论研究概况[J]. *电子与信息学报*, 2001, 12:1427-1433
- [29] 吴江航,黄社华,James Gimm,等. 多尺度科学:面向21世纪的挑战[J]. *力学进展*, 1998, 4:545-551
- [30] 李静海,郭慕孙. 过程工程量化的科学途径——多尺度法[J]. *自然科学进展*, 1999, 12:1073-1078
- [31] 胡英,刘洪来,叶汝强. 化学化工中结构的多层次和多尺度研究方法[J]. *大学化学*, 2002, 1:12-20
- [32] 王子亭. 分形扩散的渗滤模型[J]. *石油大学学报(自然科学版)*, 2000, 2:73-75
- [33] 郭慕孙,李静海. 三传一反多尺度[J]. *自然科学进展*, 2000, 12:1078-1082
- [34] 孙宏伟. 化学工程的发展趋势——认识时空多尺度结构及其效应[J]. *化工进展*, 2003, 3:224-227
- [35] Strumillo C, Kudra T. *Drying: principles, applications and design* [M]. New York: Gordon and Breach Science Publishers, 1986
- [36] 樊菁,沈青. 微尺度气体流动[J]. *力学进展*, 2002, 3:321-336
- [37] 淮秀兰,刘登瀛,崔晓鸣,等. 高热流密度激光作用下含混多孔材料的传热传质分析[J]. *工程热物理*, 2001, 3:320-323
- [38] 蒋方明,刘登瀛. 非傅立叶导热的最新研究进展[J]. *力学进展*, 2002, 1:128-140
- [39] 张武生,杨燕华,徐济. 格子波尔兹曼方法及其应用[J]. *现代机械*, 2003, 4:4-6
- [40] 王兴勇,索丽生,刘德有,等. Lattice Boltzmann 方法理论和应用的新进展[J]. *河海大学学报(自然科学版)*, 2002, 6:61-66
- [41] Mandelbrot B B. *Fractals: form, Chance and Dimension* [M]. San Francisco: Freeman, 1977
- [42] 文志英,井竹君. 分形几何和分维数简介[J]. *数学的实践与认识*, 1995, 4:20-34
- [43] Perfect E, Kay B. Applications of fractals in soil and

- tillage research: A review[J]. *Soil & Tillage Research*, 1995, 36:1~20
- [44] Gmknez D, Perfect E, Rawls W. Fractal models for predicting soil hydraulic properties: A review [J]. *Pachepsky Engineering Geology*, 1997, 48:161~183
- [45] Tarafdar S, Franz A, Schulzky C, et al. Modelling porous structures by repeated sierpinski carpets [J]. *Physica A*, 2001, 292:1~8
- [46] Yu B, Cheng P. A Fractal permeability model for Bi-dispersed porous media [J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2002, 45:2983~2993
- [47] Perrier E M A, Bird N R A. Modelling soil fragmentation: the pore solid fractal approach[J]. *Soil & Tillage Research*, 2002, 64:91~99
- [48] Perrier E, Mullon C, Rieu M. Computer construction of fractal soil structures: Simulation of their hydraulic and shrinkage properties [J]. *Water Resources Research*, 1995, 31:2927 - 2943
- [49] Tsakiroglou C, Payatakes A. Characterization of the pore structure of reservoir rocks with the aid of serial sectioning analysis, mercury porosimetry and network [J]. *Advances in Water Resources*, 2000, 23:773~789
- [50] Perfect E, Dáz-Zorita M, Grove J H. A prefractal model for predicting soil fragment mass size distributions [J]. *Soil & Tillage Research*. 2002, 64:79~90
- [51] 陈永平, 施明恒. 应用分形理论的实际多孔介质有效导热系数的研究[J]. *应用科学学报*, 2000, 18(3): 263~266
- [52] 施明恒, 陈永平. 多孔介质传热传质分形理论初析 [J]. *南京师范大学学报(工程技术版)*, 2001, 1(1):6~12
- [53] 张东晖, 施明恒. 分形多孔介质中的热传导[J]. *工程热物理学报*, 2004, 25(1):112~114
- [54] 罗剑兰, 曹礼群. 多孔介质分形结构热方程的多重双尺度概率模型与数值模拟[J]. *工程热物理学报*, 2003, 24(5):858~860

www.cnki.net