

一种基于 RLS 算法主动噪声控制系统的研究

张维松 常华 刘珩

(中国农业大学 信息与电气工程学院,北京 100083)

摘要 为了改善单通道主动噪声 FX-LMS 系统的噪声抵消性能,尤其是非平稳噪声的抵消性能,将基于 QR 分解的 RLS 算法应用于 FX-LMS 系统中构成了 FX-QRLS 系统。仿真结果表明,对粉红平稳噪声信号,该系统抵消效果较 FX-LMS 系统提高了约 8 dB;对于在 FX-LMS 系统中不收敛的非平稳噪声,也可以得到较好的抵消效果。实际噪声控制中应用 QRLS 算法是可能的。

关键词 主动噪声控制;自适应滤波器;RLS

中图分类号 TN 911.3

文章编号 1007-4333(2004)04-0062-03

文献标识码 A

An active noise control system based on RLS arithmetic

Zhang Weisong, Chang Hua, Liu Heng

(College of information and Electrical Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract A mono-channel active noise control system based on inverse QR decomposed RLS algorithm was developed to improve the result for clearing steady or non-steady noise of the system based on fx-lms structure. According to the result of the simulation, the system based on inverse QR decomposed RLS has been inceased algorithm 8 dB better filtering result of band-limited steady noise compared to that based on LMS algorithm and can deal with well non-steady noise that having no result in the fx-lms system. The ANC system based on QRLS could be used in real life.

Key words active noise control (ANC); adaptive filter; RLS

目前,国内外常用的主动噪声控制(active noise control,ANC)方法是利用基于 FX-LMS 结构的主动噪声控制系统。在 FX-LMS 结构的 ANC 系统中,最常用的自适应算法是 NLMS 算法^[1,2]。由于 LMS 一类的算法用瞬时的采样信号值代替信号的均值,数值计算的准确性受到影响。在更新滤波系数的过程中,LMS 一类的算法对步长参数 μ 的选择比较麻烦: μ 值大,系统失调加大,甚至变得不稳定; μ 值小,系统的收敛速度比较慢,使得处理非平稳信号时不够理想^[3]。相对来说,RLS 算法在滤波系数的更新中没有步长参数的问题,收敛速度较快,数值准确性和对非平稳信号的适应性较好。在 RLS 算法中,基于 QR 分解的 RLS 算法(QRLS 算法)可以直接给出滤波系数 $w(k)$,比较适合在 ANC 系统中应用,且具有快速收敛和数值稳定的特性。

1 算法推导

设输入信号矢量 $X(k)$,滤波系数矢量 $W(k)$:

$$X(k) = [x(k) \quad x(k-1) \quad \dots \quad x(k-M+1)]^T$$
$$W(k) = [w_1(k) \quad w_2(k-1) \quad \dots \quad w_M(k-M+1)]^T$$

这里的目标函数为

$$J(k) = \sum_{i=1}^k |e(i)|^2 = \sum_{i=1}^k |d(i) + W(k)^T X(i)|^2 \quad (1)$$

LS 准则下,要得到使目标函数最小的 $W(k)$,式(1)中加权因子 λ 为一给定的常数, $0.90 < \lambda < 1$ 。令

$$L(k) = [X(k) \quad X(k-1) \quad \dots \quad X(1)]^T$$

其中: $X(1) = [x(1) \quad 0 \quad \dots \quad 0]^T$

$$X(2) = [x(2) \quad x(1) \quad \dots \quad 0]^T$$

...

$$X(M) = [x(M) \quad x(M-1) \quad \dots \quad x(1)]^T$$

...

$$X(k) = [x(k) \quad x(k-1) \quad \dots \quad x(k-M+1)]^T$$

设 $D(k) = [d(k) \quad d(k-1) \quad \dots \quad d(1)]^T$ 为期望

收稿日期: 2004-04-06

作者简介:张维松,硕士研究生;常华,副教授,主要从事图像和数字信号处理方面的研究。

信号矢量, $E(k) = [e(k) \quad e(k-1) \quad \dots \quad e(1)]^T$
为残差信号矢量,得

$$E(k) = D(k) + L(k) W(k) \quad (2)$$

当 $k=1, 2, \dots, M$ 的时候, $L(k)$ 为上三角矩阵, 在式(2)两边都乘以 $L^{-1/2}(k)$, 其中 $L^{-1/2}(k) = \text{diag} [1 \quad \dots \quad k^{-2} \quad k^{-1}]^T$, 得

$$L^{-1/2}(k) E(k) = L^{-1/2}(k) D(k) + L^{-1/2}(k) L(k) W(k)$$

令 $E_1(k) = L^{-1/2}(k) E(k)$, 式(1)中的目标函数为:

$$J(k) = E_1^T(k) E_1(k) \quad (3)$$

当 $k > M$ 时, $L(k)$ 不再是上三角矩阵^[4], 可在式(2)两边都乘以 $Q(k)$, 把 $L^{-1/2}(k) L(k)$ 转换成上三角矩阵, 其中 $Q(k)$ 为 $k \times k$ 的酉矩阵^[5], 得

$$Q(k) L^{-1/2}(k) E(k) = Q(k) L^{-1/2}(k) D(k) + Q(k) L^{-1/2}(k) L(k) W(k)$$

令 $E_2(k) = Q(k) L^{-1/2}(k) E(k)$, 式(1)的目标函数可以写成

$$J(k) = E_2^T(k) E_2(k) \quad (4)$$

在 LS 准则下, 由式(3)和(4), 通过递推得到使目标函数最小的 $W(k)$ ^[6]。下面给出递推步骤:

初始化: $X(0) = 0, W(0) = 0, R(0) = I$

for $n = 1 : n$

$$X^T(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-M+1)]$$

$$e(n) = d(n) - W^T(n-1) X(n)$$

$$u(j, k) = 0$$

$$b(0) = 1$$

for $I = 1 : M$

$$a(i) = -\sum_{j=1}^i r(j, i) x(n-j+1)$$

$$b(i) = \sqrt{b(i-1)^2 + a(i)^2}$$

$$s(i) = a(i) / b(i)$$

$$c(i) = b(i-1) / b(i)$$

for $j = 1 : I$

$$r(j, i) = -\sum_{k=j}^i c(i) r(j, i) - s(i) u(j, i-1)$$

```

u(j, i) = c(i) u(j, i-1) + -1/2 s(i) r(j, i)
end
end
z(n) = e(n) / b(M)
for k = 1 : M
    w(n) = w(n-1) + z(n) u(k, M)
end
end
    
```

2 系统仿真

图 1 表示在 FX-LMS 系统上应用 QRLS 算法的一个单通道 ANC 系统(FX-QRLS)。噪声控制系统的 2 个输入信号分别为 $s(k)$ 和 $e(k)$, 输出信号为 $y(k)$; $C(k)$ 和 $G(k)$ 分别为 $y(k)$ 到 $e(k)$ 和 $y(k)$ 到 $s(k)$ 方向的补偿传递函数, 这 2 个传递函数可以在静态情况下根据测试结果进行估计得到。

图 1 中各个信号之间的关系为: $x(k) = s(k) - Y(k) G(k)$, $x(k) = X(k) C(k)$, $y(k) = X(k) W(k)$ 。对于一个单通道 ANC 系统, 可以假设补偿传递函数 $G(k)$ 和 $C(k)$ 都是线性的, 在这个基础上, 对图 1 表示的单通道 ANC 系统进行计算机仿真。

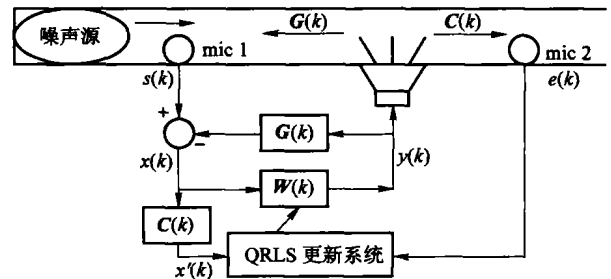


图 1 应用 QRLS 算法的单通道 ANC 系统(FX-QRLS)

Fig. 1 Monochannel ANC based on QRLS algorithm (FX-QRLS)

表 1 示出采用不同平稳粉红噪声, 相同条件下, 对 FX-NLMS 系统和 FX-QRLS 系统计算机仿真的部分数据, 其中, FX-NLMS 结构的 μ 值为 0.1, FX-

表 1 平稳粉红噪声在 FX-NLMS 和 FX-QRLS 系统中的仿真数据

Table 1 Band-limited steady noise simulation data using FX-NLMS and FX-QRLS system dB

系 统	输 入 噪 声						
	13.387 5	13.332 5	16.502 2	16.426 8	14.346 5	38.045 3	43.847 9
FX-NLMS 输出	5.831 8	5.405 8	8.593 2	7.625 6	5.680 7	17.264 9	22.646 2
FX-QRLS 输出	- 5.535 3	- 4.258 6	- 0.001 4	- 4.207 3	- 5.696 8	14.415 3	19.340 3
提高幅度	11.367 2	9.664 4	8.594 6	11.823 9	11.377 5	2.849 6	3.303 2

QRLS 结构中应用的 μ 值为 0.98。可见,FX-QRLS 系统的抵消效果较好,平均提高约 8.4 dB。

采用图 2 中的非平稳噪声信号,分别在 FX-NLMS 和 FX-QRLS 系统中进行仿真,输出结果见图 3。

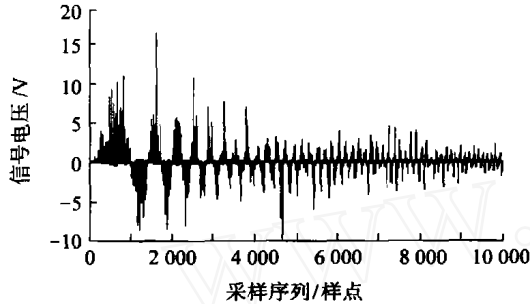
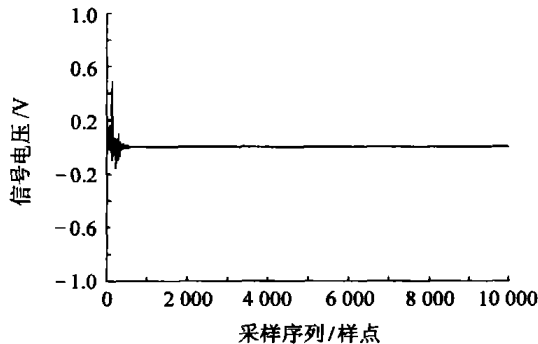
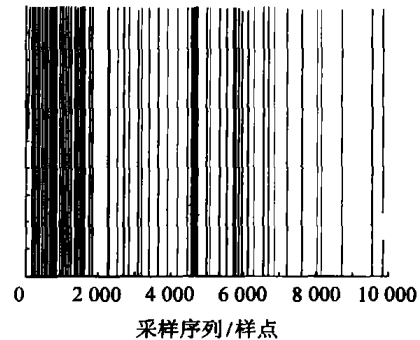


图 2 仿真用非平稳噪声

Fig. 2 Non-steady noise used in simulation



(a) FX-QRLS 系统



(b) FX-NLMS 系统

图 3 非平稳噪声信号在 FX-NLMS 和 FX-QRLS 系统中的输出信号

Fig. 3 Output signal of FX-NLMS and FX-QRLS system using non-steady noise

3 结束语

在 FX-LMS 单通道 ANC 系统上,应用 QRLS 算法可以达到更好的效果;但由于 QRLS 算法比 LMS 及其各种改进形式算法的计算量大,使得多通道 ANC 系统中 QRLS 的应用受到限制。目前,基于 QR 分解的 RLS 算法也有许多改进的快速算法,但大多数都是基于推导出滤波结果 $e(k)$ 的快速算法,很少见到直接给出滤波系数的快速算法;因此,对 FX-QRLS 单通道 ANC 系统应做进一步的研究,以期方便地应用于多通道 ANC 系统中。

参 考 文 献

[1] Scott D C. Fast implementation of the filtered-x lms and lms algorithms for multichannel active noise control[J]. IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, 1999, 7(4):132~137

图 3。可见,基于 QRLS 的 ANC 系统对非平稳噪声具有较好的抵消效果,而应用 NLMS 算法的 ANC 系统处理非平稳噪声时输出结果发散。综合对平稳噪声和非平稳噪声的抵消效果,FX-QRLS 系统噪声抵消性能优于 FX-NLMS 系统。

由于 QRLS 算法中数值计算比 NLMS 算法准确,同时,滤波系数采用阶递推方法,误差的累积被限定在一定范围内,这使得 FX-QRLS 系统在定点硬件上实现较 FX-NLMS 系统数值稳定性好,可以降低有限精度产生的误差影响^[7]。但 FX-QRLS 系统计算量相对于 FX-NLMS 系统较大(为 $O(M^2)$, M 为滤波器阶数),一般用于单通道 ANC 系统中的局部点的噪声控制;如果要应用在多通道的 ANC 系统中,则计算量大,算法比较复杂。

1999, 7(4):132~137

- [2] Widrow B, Shur D. On adaptive inverse control[A]. In: Shaffer S. Circuits, system and computers[C]. Pacific Grove: Pro 15th Asilomar Conf, 1981. 185~195
- [3] Haykin S. Adaptive Filter Theory [M]. 3. Englewood Cliffs: Prentice-Hall, 1996. 256~258
- [4] McWhiler J G. Recursive least-squares minimization using a systolic array[J]. Proc. Of SPIE, Real Time Signal Processing, 1983, 4(431):105~112
- [5] Gentleman W H, Kung H T. Matrix triangularization by systolic arrays[J]. Proc. of SPIE, Real Time Signal Processing, 1981, 4(298):19~26
- [6] Bellanger M G. The RLS-QR algorithm for adaptive filtering Signal Processing[J]. 1984, 17:291~304
- [7] Leung H, Haykin S. Stability of recursive QRD-LS algorithms using finite-precision systolic array implementation [J]. IEEE Trans. on Acoustic Speech and Signal Processing, 1989, 37:760~763