

应用球矢量函数对双万向铰链机构传动误差的分析

刘天祥^{1,2} 张云文¹

(1. 中国农业大学工学院,北京 100083; 2. 黑龙江八一农垦大学,黑龙江 大庆 163319)

摘要 利用球矢量函数研究了万向铰链机构的输入输出运动,验证了等速传动的条件,得出了传动比和传动比误差的计算公式,利用该公式可精确求出任意轴夹角和夹角误差下的传动比和传动比误差;采用 Matlab 软件直观地描述了传动误差的变化。研究结果表明,增大时,传动比误差随之增大;不变时,传动比误差随的增大而增大。利用球矢量函数对空间连杆机构进行运动分析简便、实用。本方法和结论可供工程技术人员设计、制造、装配及调试双万向铰链机构时参考。

关键词 球矢量函数;万向铰链机构;传动误差

中图分类号 TH133.4

文章编号 1007-4333(2004)04-0055-03

文献标识码 A

Transmission error analysis of universal joints by using the spherical vector functions

Liu Tianxiang^{1,2}, Zhang Yunwen¹

(1. College of Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. Heilongjiang August First Land Reclamation University, Daqing 163319, China)

Abstract It is simple and practical to analyze the movements of spatial linkages by using spherical vector functions. The spherical vector functions were applied to study the input and output movements of universal joints. The conditions of constant transmission ratio were testified. The formulae of transmission ratio and the transmission ratio error were deduced. With the formulae, the transmission ratio and the transmission ratio error could be calculated accurately. The transmission ratio error was described by means of Matlab. The results showed that the transmission ratio error increased with the increasing of axles' angle or the axles' angle ratio. The conclusions and the analytical methods offered a significant guidance to the design, manufacturing and assembly of universal joints.

Key words spherical vector functions; universal joints; transmission error

广泛应用于机床、汽车、飞机等机械传动系统中的十字轴式双万向铰链机构,可用于交角较大的相交轴、径向偏距较大的平行轴之间的传动^[1],其中间轴分为2部分(图1),用滑键联接以自动调节轴长。若主动轴1、从动轴4及中间轴位于同一平面,通过调整轴的位置关系,使 $\alpha_1 = \alpha_2$,就可以实现等速传动,避免附加动应力;但由于必然存在制造误差、装配误差及构件受力变形,无法严格满足上述几项条件,因而存在传动误差,影响机械的传动质量和工作可靠性^[1,2]。

已有采用矢量回转矩阵、矢量投影和矢量合成等方法进行万向铰链机构传动比研究的报道^[3],但未见对轴之间的相对位置如轴夹角及夹角误差对传动误差的影响进行深入探讨,也未见采用球矢量函数的方法分析万向铰链机构运动的研究报道。笔者从单万向铰链机构入手,提出利用球矢量函数深入分析万向铰链机构的输入输出运动。

1 单万向铰链机构传动分析

如图1所示,以左侧单万向铰链机构为例。设

收稿日期:2003-12-23

作者简介:刘天祥,硕士研究生;张云文,副教授,主要从事机械设计及理论研究,E-mail:cloudwyb@xinhuanet.com

输入轴 1 和中间轴 2 在同一平面内, 2 轴夹角为 β_1 , 建立坐标系 $O_1 i_1 j_1 k_1$ 和 $O_1 i_2 j_2 k_2$, 其中 $i_1 = j_2$, 所有矢量均为单位矢量; 输入轴转角为 φ_1 时, 中间轴

转角为 φ_2 。 $e_1(\varphi_1) = \cos \varphi_1 i_1 - \sin \varphi_1 j_1$, $e_2(\varphi_2) = \cos \varphi_2 i_2 + \sin \varphi_2 j_2$ 。

由图 1 可知, $i_2 = \cos \beta_1 j_1 - \sin \beta_1 k_1$, 且 $i_1 = j_2$; 故

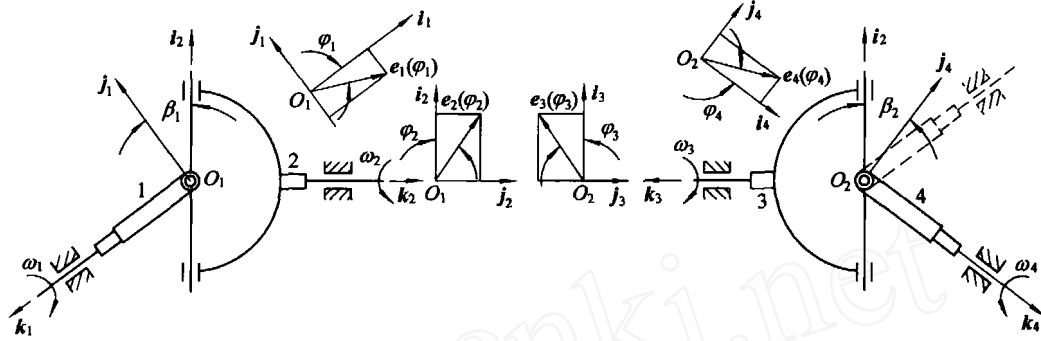


图 1 万向铰链机构运动分析

Fig. 1 Movement analysis of universal joints

$e_2(\varphi_2) = \cos \varphi_2 \cos \beta_1 j_1 - \cos \varphi_2 \sin \beta_1 k_1 + \sin \varphi_2 i_1$
 在传动过程中两十字轴相互垂直, 即 $e_1(\varphi_1) \cdot e_2(\varphi_2) = 0$, 则

$$\tan \varphi_3 = \tan \varphi_4 \cos \beta_2 \tag{3}$$

$$i_{34} = \frac{-3}{4} = \frac{\cos \beta_2}{1 - \sin^2 \beta_4 \sin^2 \beta_2} \tag{4}$$

$e_1(\varphi_1) \cdot e_2(\varphi_2) = \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \beta_1 = 0$
 推得

$$\tan \varphi_2 = \tan \varphi_1 \cos \beta_1 \tag{1}$$

转角 φ_1 和 φ_2 对时间 t 求导, 得传动比

$$i_{21} = \frac{-2}{1} = \frac{\cos \beta_1}{1 - \sin^2 \beta_1 \sin^2 \varphi_1} \tag{2}$$

分析式 (2) 可知, $\beta_1 = 0$ 时, 2 轴等速传动; $\beta_1 = 90^\circ$ 时, 2 轴不能传动; $0^\circ < \beta_1 < 90^\circ$ 时, 传动比变化。同理分析右侧单万向铰链机构, 得到

利用 Matlab 软件^[4] 绘出轴夹角 $\beta_1, \beta_2 = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ 和 40° 时, 传动比 i_{21}, i_{34} 的变化曲线 (图 2)。可以看出, 轴夹角 β_1, β_2 增大时, 传动比变化幅度增大, 所以, 单万向铰链机构轴夹角不能过大, 且一般不能实现等速传动。其传动过程中将产生附加弯矩, 使主、从动轴支承上产生周期性变化的径向载荷, 使轴振动。工程上通常将 2 个单万向铰链机构通过中间轴 2 和 3 以滑键联接成双万向铰链机构, 实现等速传动, 以改善传动性能。

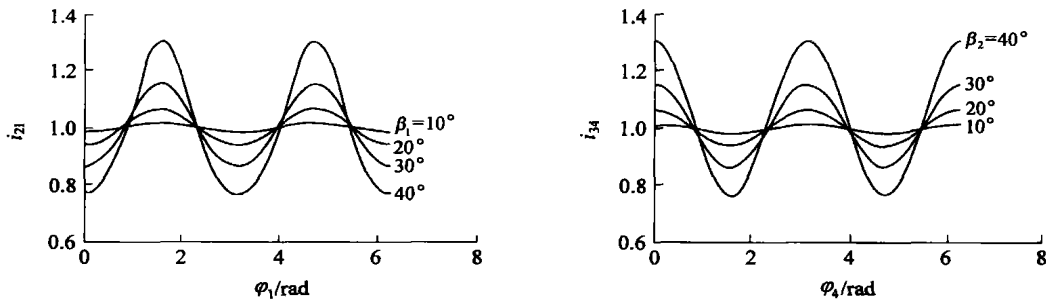


图 2 传动比变化曲线

Fig. 2 Diagrams of transmission ratio

2 双万向铰链机构传动分析

2.1 传动分析

若将双万向铰链机构各轴布置在同一平面内, 由式 (1), (3) 和 (2), (4) 可分别得到

$$\tan \varphi_4 \cos \beta_2 = \tan \varphi_1 \cos \beta_1 \tag{5}$$

$$i_{41} = \frac{-4}{1} = \frac{\cos \beta_1 (1 - \sin^2 \beta_4 \sin^2 \beta_2)}{\cos \beta_2 (1 - \sin^2 \beta_1 \sin^2 \beta_1)} \tag{6}$$

分析式 (5) 和 (6) 可知, 要实现等速传动, 须满足 2 个条件: 1) 中间轴 2 和 3 两端叉面在同一平面内; 2) 主动轴 1、从动轴 4 和中间轴在同一平面内, 且中间轴 2 与主动轴 1 的夹角 β_1 和中间轴 3 与从动轴 4 的夹

角 β_2 相等。

2.2 传动比误差分析

设夹角误差为 β_1 ，即轴夹角 $\beta_1 = \beta_1 + \beta_2$ ；代入式(5)和(6)分别得到

$$\tan \beta_4 \cos(\beta_1 + \beta_2) = \tan \beta_1 \cos \beta_2 \quad (7)$$

$$i_{41} = \frac{\beta_4}{\beta_1} = \frac{\cos \beta_1 [1 - \sin^2 \beta_4 \sin^2(\beta_1 + \beta_2)]}{\cos(\beta_1 + \beta_2) (1 - \sin^2 \beta_1 \sin^2 \beta_2)} \quad (8)$$

由式(7)经过三角变换代入式(8)，消去参数 β_4 ，整理得到

$$i_{41} = \frac{\beta_4}{\beta_1} =$$

$$\frac{\cos \beta_1 \cos(\beta_1 + \beta_2)}{\cos^2(\beta_1 + \beta_2) + \sin^2 \beta_1 [\cos^2 \beta_2 - \cos^2(\beta_1 + \beta_2)]} \quad (9)$$

则可推得传动比误差

$$i_{41} = \frac{\beta_4}{\beta_1} - 1 =$$

$$\frac{\cos \beta_1 \cos(\beta_1 + \beta_2)}{\cos^2(\beta_1 + \beta_2) + \sin^2 \beta_1 [\cos^2 \beta_2 - \cos^2(\beta_1 + \beta_2)]} - 1 \quad (10)$$

图 3 示出轴夹角 $\beta_1 = 10^\circ, 20^\circ, 30^\circ$ 和 40° ，夹角误差 $\beta_1 = 0.001^\circ, 0.01^\circ, 0.1^\circ$ 和 1° 时传动比误差的周期性变化曲线。可以看出， β_1 和 β_1 增大时，传动比误差增大。

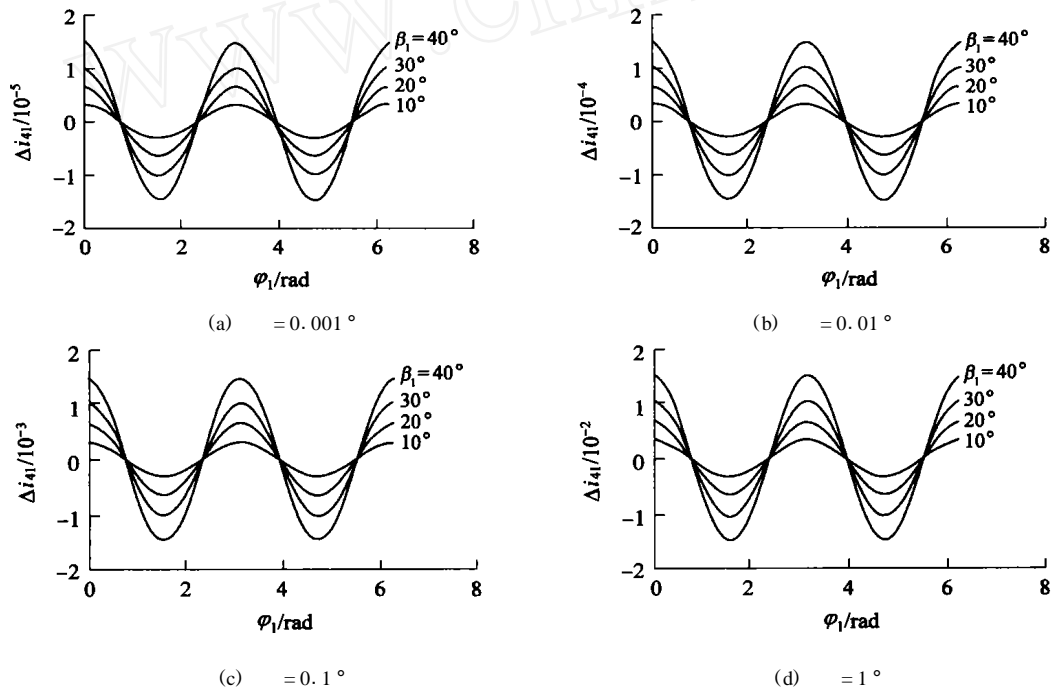


图 3 传动比误差 i_{41} 变化曲线

Fig. 3 Diagrams of transmission ratio error i_{41}

3 结束语

1) 利用球矢量函数对空间连杆机构进行运动分析简便、实用。2) 应用 Matlab 软件描述万向铰链机构的传动比、传动比误差的变化，直观、形象。3) 轴夹角 β_1 增大时，传动比误差 i_{41} 随之增大； β_1 不变时，传动比误差 i_{41} 随夹角误差 β_1 的增大而增大。应用时，应尽可能减小 β_1 以降低机械的速度波动，提高运动精度和工作可靠性。

工程设计人员可利用本文误差分析的方法和结论，对双万向铰链机构进行定量分析，确定能较好满足机械使用要求的允许速比变化范围，进而设定轴

夹角 β_1 、允许的夹角误差 β_1 等约束条件，以指导制造、装配及调试等工程实践。

参 考 文 献

- [1] 刘惟信. 汽车设计[M]. 北京:清华大学出版社, 2001. 246
- [2] 中国机械工程学会中国机械设计大典编委会. 机械设计大典(4) [M]. 南昌:江西科学技术出版社, 2002. 1206~1208
- [3] 莫建文. 万向联轴节传动比的矢量分析法[J]. 广西工学院学报, 2001, 6(2): 31~34
- [4] 苏金明, 阮沈勇. MATLAB6.1 实用指南[M]. 北京:电子工业出版社, 2002. 47~366