

CVE-2 型混沌激振器运动的数值仿真和混沌识别

王聪玲

龙运佳

(中国农业大学农业工程研究院) (中国农业大学工程基础科学部)

摘要 建立了使用滑动轴承的 CVE-2 型混沌激振器所产生的运动的数学模型, 并对其进行了数值仿真和混沌识别。结果表明, 激振器产生的运动中有混沌成份。

关键词 数值仿真; 混沌识别; 激振器

分类号 O 322

Numerical Simulation and Chaotic Identification of the Motion of CVE-2 Type Chaotic Vibration Exciter

Wang Congling

Long Yunjia

(Institute of Agricultural Engineering, CAU) (College of Applied Engineering Sciences, CAU)

Abstract The mathematical model for the motion of CVE-2 type chaotic vibration exciter was set up and its numerical simulation and chaotic identification were carried out. The results showed that the motion of the exciter includes the chaotic component.

Key words numerical simulation; chaotic identification; exciter

CVE-2 型混沌激振器是龙运佳教授专为振动压路机设计的。文献[1]中对该激振器使用滚动轴承时的混沌特征进行了研究, 结果表明激振器产生的运动是混沌的。本文中将对该激振器使用滑动轴承时的混沌特征进行仿真研究。

1 数学模型

如图 1 所示, 该激振器由偏心轴 1— O_1O_1 , 偏心块 2— O_1C_2 和 3— O_2C_3 组成。 O_1, O_2 和 O_3 分别为它们的转动中心; C_1, C_2 和 C_3 分别为其质心; φ_0, φ_1 和 φ_2 分别为其转角, rad; O_1 和 O_2 点处有滑动轴承。因偏心轴 1 以恒定的角速率 $\omega = 201.06 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ (即转动频率 $f = 32 \text{ Hz}$) 转动, 其转角 φ_0 为时间的函数。以 φ_1, φ_2 为广义坐标, 根据系统在有势力和耗散力作用下的第 2 类 Lagrange 方程^[2]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_i} + \frac{\partial R}{\partial \dot{\varphi}_i} = 0 \quad i = 1, 2 \quad (1)$$

其中: T 为系统的总动能, Nm; U 为系统的总势能, Nm; L 为拉氏函数, $L = T - U$; R 为系统的耗散函数。

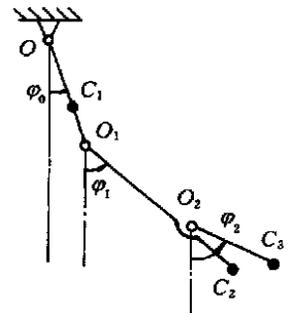


图 1 激振器机构简图

收稿日期: 1999-12-06

国家教委博士点基金资助项目

王聪玲, 北京清华东路 17 号 中国农业大学(东校区) 194 信箱, 100083

建立激振器关于 φ, φ 的数学模型。经推导得

$$T = k_0 + k_1 \dot{\varphi} + k_2 \dot{\varphi} + k_3 \omega \dot{\varphi} \cos(\omega t - \varphi) + k_4 \omega \dot{\varphi} \cos(\omega t - \varphi) + k_5 \dot{\varphi} \dot{\varphi} \cos(\varphi - \varphi) \quad (2)$$

$$U = u_0 - u_1 \cos \varphi - u_2 \cos \varphi \quad (3)$$

$$R = r_1 (\omega - \dot{\varphi})^2 + r_2 (\dot{\varphi} - \dot{\varphi})^2 \quad (4)$$

其中: $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, u_1, u_2, r_1$ 和 r_2 是方程的系数。 $k_1 \sim k_5$ 及 u_1 和 u_2 由偏心轴 1 和偏心块 2, 3 的质量、转动惯量及几何参数确定; r_1 和 r_2 分别由 O_1 和 O_2 点处滑动轴承的参数确定。经计算得: $k_1 = 0.0393, k_2 = 1.2098, k_3 = 0.0015, k_4 = 0.0225, k_5 = 0.0115, u_1 = 3.8646, u_2 = 56.5392, r_1 = 0.1557, r_2 = 1.7589$ 。

将式(2), (3)和(4)代入式(1)得激振器运动的数学模型为

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

其中: $a_{11} = 2k_1, a_{12} = k_5 \cos(\varphi - \varphi), a_{21} = a_{12}, a_{22} = 2k_2, b_1 = k_3 \omega^2 \sin(\omega t - \varphi) - k_5 \varphi \sin(\varphi - \varphi) - u_1 \sin \varphi - 2r_1 (\dot{\varphi} - \omega) - 2r_2 (\dot{\varphi} - \dot{\varphi}), b_2 = k_4 \omega^2 \sin(\omega t - \varphi) + k_5 \varphi \sin(\varphi - \varphi) - u_2 \sin \varphi + 2r_2 (\dot{\varphi} - \dot{\varphi})$ 。

2 数值仿真

令

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{bmatrix}$$

由式(5)得

$$\ddot{\varphi}_1 = B_1/A, \ddot{\varphi}_2 = B_2/A$$

设 $y_1 = \varphi, y_2 = \varphi, y_3 = \dot{\varphi}, y_4 = \dot{\varphi}$, 则式(5)的状态方程为

$$\left. \begin{array}{l} \dot{y}_1 = y_3 \\ \dot{y}_2 = y_4 \\ \dot{y}_3 = B_1/A \\ \dot{y}_4 = B_2/A \end{array} \right\} \quad (6)$$

利用 MATLAB 软件的 Simulink 仿真程序 gear 算法^[3]对式(6)进行数值仿真。

3 混沌识别

根据文献[4],“若系统的运动是混沌的,则其中任何一个自由度的运动都是混沌的”。因此,可以根据系统中某一个自由度的运动来识别混沌。本文中根据偏心块 2 的运动来识别混沌。偏心块 2 的角速度在 $\omega = 201.06 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ 附近变化,见图 2。可见,偏心块 2 的运动可视为由随偏心轴 1 的转动和相对于偏心轴 1 的运动 2 部分组成。随偏心轴 1 的转动是周期的;偏心块 2 的运动中是否有混沌成份,取决于其相对于偏心轴 1 的运动。

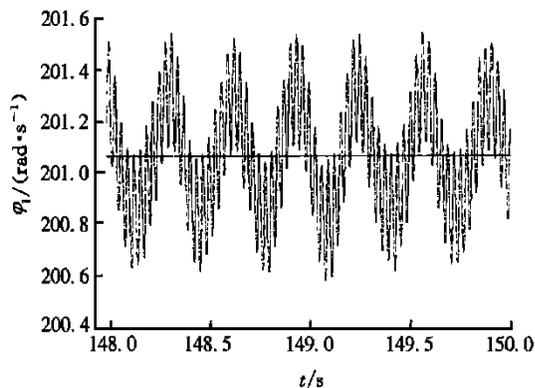


图2 偏心块2的速度-时间曲线

利用稳态时相对于偏心轴1的角位移和角速率($\varphi_1 - \omega t$, $\dot{\varphi}_1 - \omega$)做图, 得偏心块2相对于偏心轴1运动的相轨图(图3(a)); 对相对角位移 $\varphi_1 - \omega t$ 和相对角速度 $\dot{\varphi}_1 - \omega$ 按激励周期 $T = 0.03125 \text{ s}$ 采样, 得到偏心块2相对于偏心轴1运动的Poincare图(见图3(b)); 相对相轨图在

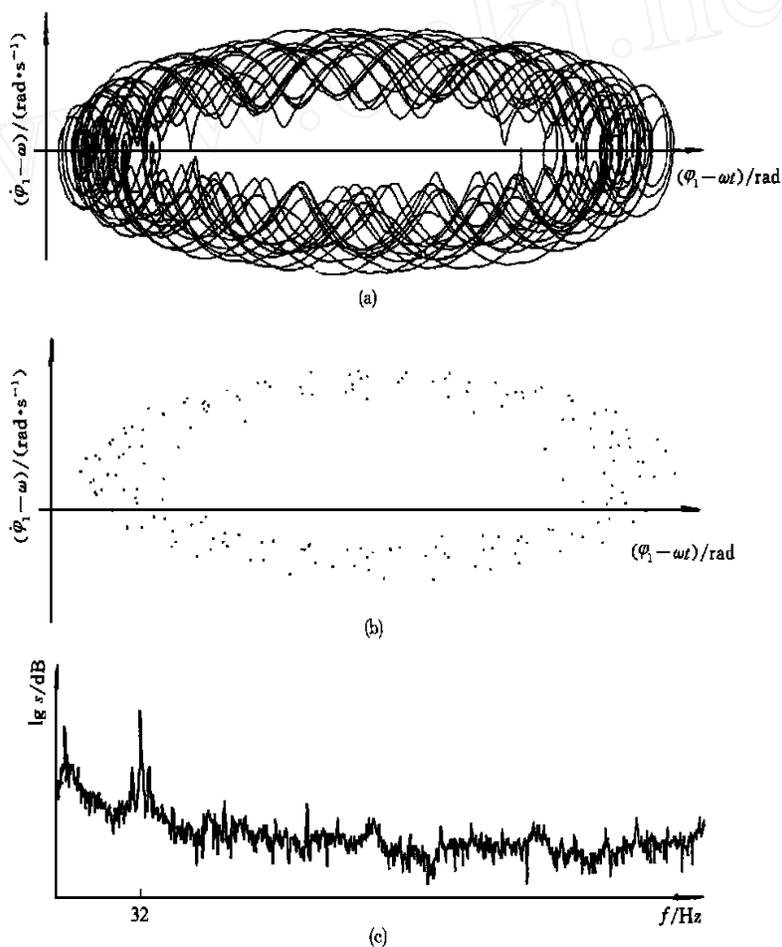


图3 偏心块2相对于偏心轴1的运动仿真

一定的区域内缠绕、折叠、不重复;相对 Poincare 图中的点分布在一定区域内,不重叠,这表明偏心块 2 相对于偏心轴 1 的运动是混沌的。

对于稳态时的仿真结果 \dot{Q} 按照 $T = 0.002$ s 采样 2 048 点,利用 MATLAB 信号处理工具箱^[5]中的 p_{sd} 函数,对采样结果作功率谱分析,得偏心块 2 的加速度功率谱(图 3(c))。功率谱的主峰值位于 32 Hz 处,即为偏心块 2 随偏心轴 1 的周期运动;其余的连续和宽频谱表明偏心块 2 相对于偏心轴 1 的运动具有混沌特征。

总之,混沌识别的结果表明,偏心块 2 相对于偏心轴 1 的运动是混沌的,即该激振器产生的运动中具有混沌成份。

参 考 文 献

- 1 龙运佳,王聪玲,张平,等.基于混沌理论的振动压路机.中国农业大学学报,1998,3(2):19~22
- 2 陈文良,洪嘉振.分析动力学.上海:上海交通大学出版社,1991.50~60
- 3 施阳,严卫生,李俊,等.MATLAB 语言精要及动态仿真工具 SIMULINK.西安:西北工业大学出版社,1997.67~77
- 4 Bontempi F, Casciati F. Non-linear dynamics versus chaotic motion for MDOF structural systems. Chaos, Solitons & Fractals 1996, 7(10): 1659~1682
- 5 施阳,李俊,王惠刚,等.MATLAB 语言工具箱——TOOLBOX 实用指南.西安:西北工业大学出版社,1998.84~89