

# 可拓集合与农业资源的可拓利用

陈薇 苏时光

(中国农业大学基础科技学院)

**摘要** 本文由经典集合、模糊集合和可拓集合的产生、联系和区别出发,着重介绍一种全新的集合——可拓集合。指出集合论的多样性和集合思想的充实与更新,拓宽了应用领域中多学科、多方法的交叉与互补。提出了农业资源可拓利用的新思路。

**关键词** 经典集合; 模糊集合; 可拓集合; 农业资源

**分类号** S11

## Extension Set and the Extended Utilization of Agricultural Resources

Chen Wei Su Shiguang

(College of Basic Sciences and Technology, CAU)

**Abstract** Based on the origination, relationship and difference among cantor set, fuzzy set and extension set, this paper is focused on describing a novel set —— extension set. The authors point out that the variety of set theory and the richness and innovation of set idea extended the intercrossing and complement each other of various subject and methodology in applied field, as well as the novel thinking about the extended utilization of agricultural resources.

**Key words** cantor set; fuzzy set; extension set; agricultural resources

### 1 集合论的多样性

集合论是描述人脑思维对客观事物的识别和分类的数学方法。客观事物是复杂的,处于不断运动和变化之中。因此,人脑思维对客观事物的识别和分类并不是只有一个模式,而是多种形式的。相应地,作为描述这种识别和分类的集合论,也应是多样的。

经典集合论自上世纪70年代由德国数学家G. Cantor创立以来,不断完善,是现代数学的基础。但它受二值逻辑和三条戒律(同一律,矛盾律,排中律)的束缚,决定了其自身的局限性和“罗素悖论”产生的必然性,这也是模糊集合论和可拓集合论产生的科学动力。在现实世界里有一类概念,它没有明确的外延,故不能用经典集合来刻画。于是便产生了由美国控制论专家

收稿日期: 1999-01-20

陈薇,北京圆明园西路2号中国农业大学(西校区),100094



L. A. Zadeh 于 1965 年创立的模糊集合论。我国学者蔡文研究员的一篇开创性论文《可拓集合和不相容问题》(1983)<sup>[1]</sup>的发表,宣告了可拓集合论的诞生。在可拓集合中,考虑到了集合元素的动态性、层次性、质与量的统一性及元素内部结构的可变性等,其“既是又非”的临界概念也使可拓集合能形式化、量化地描述质变和量变。经典集合、模糊集合和可拓集合之间既有联系又有区别,简述如下:

对给定的论域  $U$  与给定的性质  $P$ ,造集的过程主要是人们对元素  $u \in U$  与性质  $P$  之间的关系 的识别过程。这个识别过程在人脑思维中往往是根据不同条件而灵活多样的。这种多样性,表现为对这个识别过程附加上不同的准则,不同的准则反映对识别给予不同的要求。由于要求不同,也就得到不同的集合论。

### 1.1 经典集合识别准则

假如对识别的过程规定如下准则:

“只允许考虑如下 2 个命题

- 1) 元素  $u \in U$  具有性质  $P$ ;
- 2) 元素  $u \in U$  不具有性质  $P$ 。

而且对每个  $u \in U$  命题有且仅有一个成立。所有能使第一个命题成立的元素组成一类,能使第二个命题成立的元素组成第二类。”

在这种限制下建立起来的集合就是经典集合。这个附加准则符合形式逻辑的要求。因此,以此集合为基础的整个经典数学,是以形式逻辑为其推理规则的。

### 1.2 模糊集合识别准则

假如对识别的过程规定如下准则:

“只允许考虑如下 3 个命题

- 1) 元素  $u \in U$  具有性质  $P$ ;
- 2) 元素  $u \in U$  不具有性质  $P$ ;
- 3) 允许出现这样的中介元素  $u \in U$ ,它使前 2 个命题各在一定程度上成立。也即对每一个元素  $u \in U$ ,要么第一个命题成立,要么第二个命题成立,要么两个命题各在一定程度上均成立。”

在上述准则下建立起来的集合,就是模糊集合。整个准则不完全符合形式逻辑中的排中律。由此产生了模糊逻辑<sup>[2]</sup>。

### 1.3 可拓集合识别准则

假如对识别的过程规定如下准则:

“只允许考虑如下 4 个命题

- 1) 元素  $u \in U$  具有性质  $P$ ;
- 2) 元素  $u \in U$  不具有性质  $P$ ;
- 3) 可使原来不具有性质  $P$  的元素变为具有性质  $P$ ;
- 4) 元素  $u \in U$  具有性质  $P$ , 又不具有性质  $P$ 。

对每一个元素  $u \in U$  上述 4 个命题中的某一个成立。”

在这个准则下建立起来的集合概念,就是可拓集合<sup>[1]</sup>。

## 2 可拓集合

**定义 1** 设论域为  $U$ ,  $K$  是  $U$  到实域  $I$  的一个映射。令  $\tilde{A} = \{(u, y) \mid u \in U, y = K(u)\}$ , 则称  $\tilde{A}$  为  $U$  上的一个可拓集合,  $y = K(u)$  为  $\tilde{A}$  的关联函数,  $K(u)$  为  $u$  关于  $\tilde{A}$  的关联度。

称  $A_+ = \{u \mid u \in U, K(u) > 0\}$  和  $A_- = \{u \mid u \in U, K(u) < 0\}$  分别为  $\tilde{A}$  的正域和负域,

$J(\tilde{A}) = \{u \mid u \in U, K(u) = 0\}$  为  $\tilde{A}$  的零界。显然若  $u \in J(\tilde{A})$ , 则  $u \notin A_+$  且  $u \notin A_-$ 。

规定论域  $U$  上  $\tilde{A}$  的三种变换: 元素的变换  $T_u$ , 关联函数的变换  $T_K$ , 论域的变换  $T_U$ 。

**定义 2** 若  $\tilde{A}$  是论域  $U$  上的可拓集合,  $T (T = \{T_u, T_K, T_U\})$  是可拓集合  $\tilde{A}$  的变换,  $K^*(u) = K(Tu)$  是关于  $T$  的关联函数, 分别称

$$A_+(T) = \{u \mid u \in U(T), K(u) > 0, K^*(Tu) > 0\}$$

$$A_-(T) = \{u \mid u \in U(T), K(u) < 0, K^*(Tu) < 0\}$$

为  $\tilde{A}$  关于变换  $T$  的正、负可拓域。

$$A_+(T) = \{u \mid u \in U(T), K(u) > 0, K^*(Tu) > 0\}$$

$$A_-(T) = \{u \mid u \in U(T), K(u) < 0, K^*(Tu) < 0\}$$

为  $\tilde{A}$  关于变换  $T$  的正、负稳定域。

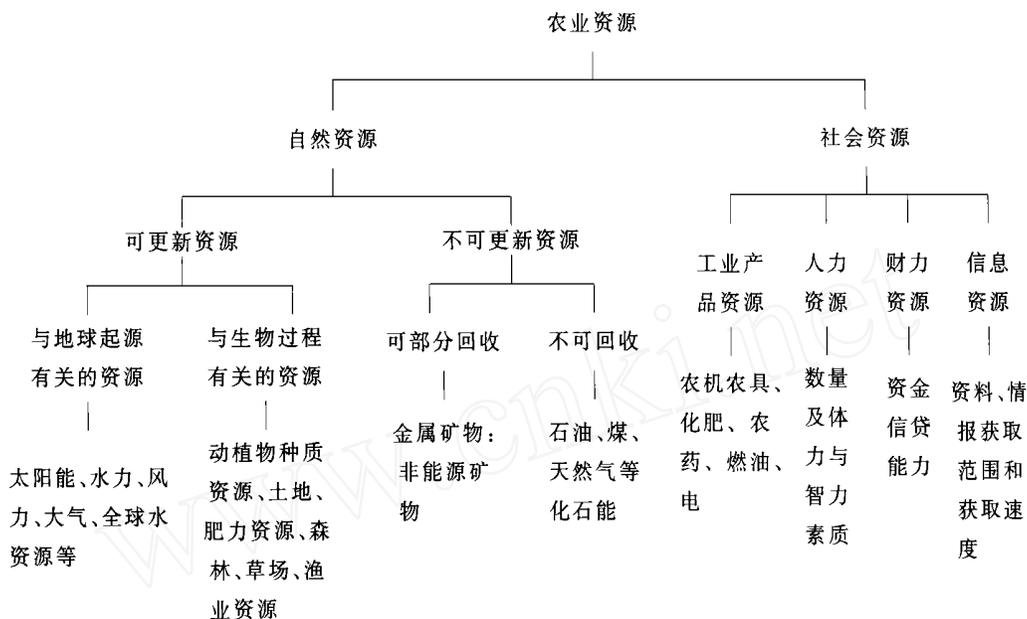
经典集合描述的是确定性的概念, 它的元素、集合、论域、元素与集合的关系一般是不变的。可拓集合则不同, 为了解决不相容问题, 事物可变, 限制可变, 考虑的范围可变, 事物与集合的关系可变。对应于这些变换的是元素变换  $T_u$ 、关联函数变换  $T_K$ 、论域变换  $T_U$ , 结果是元素与集合的关联度  $K(u)$  变为  $K^*(Tu)$ 。可拓域描述了事物是与非的相互转化, 它可以用来量化描述质变的过程, 而稳定域则可以量化描述事物的量变过程。

由于客观事物纷纭复杂, 并且有确定、模糊、可变等多种属性, 使得集合论的多元化成为必然。可拓集合的提出, 使集合观念发生了具有质变意义的变革, 它突破了传统集合观念的禁区, 而使集合具有一种创新的、反常规的特性。以经典集合、模糊集合和可拓集合为理论基础有了经典数学、模糊数学和可拓数学, 归纳如下:

类 别	描述对象	描述形式	理论基础	函数形式	逻辑值范围	逻辑形式
经典数学	确定性	是 非	经典集合	特征函数	{0, 1}	形式逻辑
模糊数学	模糊性	几 成	模糊集合	隶属函数	[0, 1]	模糊逻辑
可拓数学	可拓性	程 度	可拓集合	关联函数	(- , + )	可拓逻辑

## 3 农业资源的可拓利用

依据资源的直接来源, 农业资源可分为自然资源和社会资源 2 大类。自然资源又可分为可更新资源(再生资源)和不可更新资源(非再生资源)<sup>[6]</sup>, 其分类如下:



对于农业资源的保护、挖掘和充分利用是关系到国计民生的大事,而资源的稀缺和需求的无限这一类不相容问题正是以可拓集合为基础的可拓学的主要研究对象。由于可拓集合把客观事物的转化问题引入到集合论的基本思想中,使得在可拓集合中就可以描述通过各种变换促使不相容问题转化的过程。

例如,设论域 $U$ 为某地区农业资源; $u$ 为该地区土壤 $A$ 元素; $K(u)$ 为土壤 $A$ 的氮肥含量指标函数; $T_u$ 为对 $u$ 的变换,即对土壤 $A$ 施用化肥。

在 $U$ 上建立可拓集合 $\tilde{A} = \{u \mid u \in U, y = K(u) \in (-b, b)\}$ ,  $b > 0$ ,  $\tilde{A}$ 的正、负域分别为  
 $A_+ = \{u \mid u \in U, K(u) > 0\}$ , 氮肥含量充足的土壤集合;  
 $A_- = \{u \mid u \in U, K(u) < 0\}$ , 氮肥含量不足的土壤集合。

通过对元素 $u$ 的变换 $T_u$ ,则正可拓域 $A_+(T_u) = \{u \mid u \in U, K(u) > 0, K(T_u u) > 0\}$ 描述通过变换 $T_u$ ,可使该地区含氮量不足的土壤达到作物生长需要的氮肥含量。

又如,设论域 $U$ 为农业单一生产(种植业)计划, $u$ 为种植某玉米品种, $y = K(u)$ 表示经济效益指标函数。在 $U$ 上建立可拓集合 $\tilde{A} = \{u \mid u \in U, y = K(u) \in (-a, a)\}$ ,  $a > 0$ 。假设只满足集合 $A_- = \{u \mid u \in U, K(u) < 0\}$ ,即经济效益在期望之下。

现对论域 $U$ 作变换 $T_U U = U$ , $U$ 为农业多元化生产(种植业、养殖业、乡镇企业等多种经营)计划,考虑到与玉米种植关联的生产,如玉米秸秆养牛,玉米的深加工(玉米碴、淀粉、玉米油、玉米膨化食品等),则 $\tilde{A}$ 的正可拓域为 $A_+(T_U) = \{u \mid u \in U, u \in U, K(u) > 0\}$ 。

这里, $K(u) = \begin{cases} K(u), & u \in U \\ K_1(u), & u \in U - U \end{cases}$ 表示通过对 $U$ 的变换,达到或超过了拟定的经济效益标。

一般地,对农业资源论域 $U$ ,在 $U$ 上建立一个资源利用的可拓集合 $\tilde{A}$ , $T = \{T_u, T_K, T_U\}$ 是 $\tilde{A}$ 的变换, $\tilde{A}$ 的正、负域分别为

$A_+ = \{u \mid u \in U, K(u) > 0\}$ , 已探明、可利用的资源集合;

$A_- = \{u \mid u \in U, K(u) < 0\}$ , 未探明或不可利用的资源集合。

$\forall u \in U(T)$ , 有关联函数  $K(u)$  及  $K^+(Tu)$ 。由定义 1 和定义 2 有:

正可拓域  $A_+(T)$ : 描述随着资源利用技术的发展和普及, 加之社会进步和思维领域的创新等, 可使得原未探明、未利用的资源或虽已探明但未利用的资源成为已探明、可利用的资源;

负可拓域  $A_-(T)$ : 描述原已探明、利用的资源, 由于资源的贮量有限和过渡开发等原因, 损害了资源的再生能力, 可导致资源的枯竭, 使之无法再利用;

正稳定域  $A_+(T)$ : 描述原已探明、利用的资源, 由于资源的保护、资源的增值、资源的替代、资源的回收利用等, 使得此类资源仍可利用;

负稳定域  $A_-(T)$ : 描述原未探明、未利用的资源, 至今仍未探明、未利用。

对于可拓域和稳定域的大致描述, 可以看出经变换  $T$  后, 资源利用的量变与质变过程。在此基础上, 利用物元的可拓性(发散性、可扩性、相关性、蕴含性和共轭性)分析资源的蕴藏特征、枯竭特征、替代特征、增值特征等, 建立资源利用的可拓模型, 关注正、负可拓域, 依靠高、新、尖的理论和技术, 提倡人们的环保意识等措施扩大正稳定域, 缩小负稳定域, 使资源的自然兴衰与人类的生产活动协调起来, 变可控资源为可用资源。

## 4 结语

众所周知, 现代数学与集合论密切相关, 人们运用集合来表现概念, 运用集合的运算和变换来表现判断和推理。集合论是数学的理论基础, 也是应用领域中理论和方法的基础。集合论的多样性, 集合思想的充实与更新, 拓宽了应用领域中多学科、多方法的交叉与互补。当然, 农业资源是一个非常复杂的系统, 其本身有许多不确定的因素。探明资源难, 资源的永续利用更难。因此, 更需要多学科、多方法和高新技术的合作, 参与农业资源的可拓利用研究, 为解决更复杂的农业生产与人类社会问题起到推动作用。

## 参 考 文 献

- 1 蔡文 可拓集合和不相容问题 科学探索报, 1983, (1): 83~ 97
- 2 汪培庄 模糊集合及其应用 上海科学技术出版社, 1983
- 3 蔡文 物元模型及其应用 北京: 科学技术文献出版社, 1994
- 4 陈薇 农业应用数学 简明华夏百科全书 北京: 华夏出版社, 1998
- 5 陈薇, 苏时光 一种新的应用方法——可拓方法 中国农业大学学报, 1999, 4(1): 14, 19
- 6 程序, 曾晓光, 王尔大 可持续农业导论 北京: 中国农业出版社, 1997