# 玉米应力裂纹的分形研究

朱文学<sup>①</sup>

曹崇文

(洛阳工学院) (中国农业大学机械工程学院)

摘 要 玉米应力裂纹具有近似的自相似性,可用分形理论进行研究。利用盒维数的定义测量并计算了整个 剖面上单裂、双裂和龟裂的平均分维值。提出了当量分维概念,计算并分析了不同干燥条件下得到的玉米样 品的当量维数。

关键词 玉米;分形;分维;应力裂纹

中图分类号 S 226.600.1

# Study on Fractal Dimension of Stress Cracks of Corn Dried in Heated Air

Zhu Wenxue

Cao Chongwen

(Luoyang Institute of Technology) (College of Machinery Engineering, CAU)

Abstract The fractal analysis on stress cracks in corn is carried out on the basis of definition of box-dimension. The average of fractal dimension of single crack, double cracks and checked cracks on complete sections are measured. The concept and counting methods of equivalent fractal dimension are proposed to measure and analyze the equivalent fractal dimension of stress cracks of corn dried in heated air.

Key words corn; fractal; fractal dimension; stress cracks

复杂的断面形貌和曲折的裂纹线的定量分析是玉米应力裂纹研究的重要内容。用分形几何定量描述玉米应力裂纹的特征有助于探明玉米应力裂纹的产生机理、扩展的动力学过程及与外部条件(外力、温度、湿度)的关系。由于玉米籽粒小,应力裂纹无法直接测量,进行应力裂纹分形分析时首先需要解决的是应力裂纹分维的测量问题。干后玉米中应力裂纹存在不同类型,应进行综合分析。

# 1 应力裂纹分维测量方法

采用盒维数定义玉米应力裂纹的分维,盒维数的等价定义为δ-坐标网立方体<sup>[1]</sup>。在显微状态下,玉米应力裂纹的图像比较清晰,显示近似的自相似性,即分形特征,因此需在显微图像上进行应力裂纹分维的测量。显微照片的图幅有限,单幅照片只能是剖面的局部图像,因此从一张显微照片上得到的分维为局部分维。由于玉米籽粒的不均匀性及裂纹扩展的随机性,从籽粒剖面不同区域获得的显微照片的分维是不同的。由若干张显微照片组成的整个玉米剖面的应力裂纹分形为多重分形。

收稿日期:1998-03-11

①朱文学,河南省洛阳市西苑路 48 号 洛阳工学院 105 信箱,471039

应力裂纹分维测量过程是:首先测量系列单幅照片(局部图像,通过对裂纹连续拍照获得)上裂纹的分维,然后测量由它们构成的完整籽粒剖面图像上裂纹的分维。测量时 $\delta$ 的取值范围为  $1\sim300~\mu\mathrm{m}$ ,根据每幅图像不同的放大比例, $\delta$ 的取值在上述范围内有不同变化,以便观察和统计。每幅图像分别与 $\delta$ 值的网格复合,数出裂纹所占的网格数 $N_{\delta}$ ,画出  $\log N_{\delta} - \log \delta$  关系图,求出斜率,即为该应力裂纹的分维。图 1 示出完整的应力裂纹的显微照片和将照片处理后裂纹与网格的复合图。

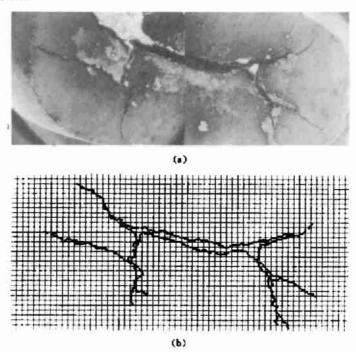


图 1 应力裂纹照片(a)和应力裂纹与网络的复合羽(b)

# 2 测量结果与分析

测量结果表明,若干张裂纹照片的局部分维与由这些照片构成的整个籽粒剖面图像上的裂纹分维值不同,准确地说,整个剖面的裂纹分形是由不同区域子相似结构构成的多重分形,其分维不能用常数维表示,而应当用由若干局部分维构成的奇异谱表示。图 1(a)由 2 张照片构成,这 2 张照片的裂纹分维值分别为 1.152 和 1.198,而拼接好的图像上裂纹的分维值是 1.183。

利用奇异谐表示籽粒剖面裂纹的分维增加了描述剖面裂纹分形特征的复杂性,即增加了难度,而利用籽粒剖面裂纹的分形特征去分析干燥条件对应力裂纹生成及扩展过程的影响,难度则更大。用不同放大倍数的图像构成剖面的整体图像所需照片数量不同,当用奇异谐表示剖面裂纹的分维时,如以单幅照片来计算局部分维,则构成奇异谐的局部分维数是不同的;所以不同放大倍数的照片上剖面裂纹的奇异谐难以比较。把整个剖面裂纹的分维表示成常数维有利于分析和比较,且在当前的测量技术和分形理论研究水平下易于实现。

对于大量的测量,照片拼接工作十分繁重,且因精度要求高不易实现,故采用合并原理[2,3]

计算整个剖面裂纹的分维,测量数据明显支持合并原理。如图 1(a)中所有分形子集分维中最大分维为 1.198,而整个应力裂纹分形集的分维值为 1.183,差别仅 1.27%。

表 1 示出同一放大倍数下对 5 个不同籽粒完整剖面裂纹的测量结果。放大倍数 20,剖面离冠部 3 mm,裂纹形态为从表面能观察到的状态。可以看出,即使从表面观察到的裂纹形态相同,不同籽粒的分维值也有较大差异,但各形态裂纹分维的平均值遵循一定的规律,即裂纹形态越复杂,分维值越高:龟裂>双裂>单裂。

值得注意的是完整剖面裂纹的测量有很大随机 性。首先,剖面裂纹状况与剖面位置有关,即使是同一 籽粒,不同剖面的裂纹形态不同,所以测量时需限定剖

表1 完整剖面裂纹的测量结果

籽粒 序号	分维值		
	单裂	双裂	龟裂
1	1. 123	1.163	1. 183
2	1. 156	1.154	1.215
3	1.135	1.179	1.178
4	1.179	1.190	1.237
5	1.147	1. 187	1.194
平均值	1.148	1.174	1. 201

面;其次,放大倍数不同,裂纹的形态也会有较大差异:在较小放大倍数下,只能显示较宽的裂纹,细微的裂纹无法分辨,但拼接一幅完整的裂纹图像所需单幅照片较少;在较大放大倍数下,能显示较细微的裂纹,但拼接一幅完整的裂纹图像所需单幅照片很多,做起来比较困难。

#### 3 当量维数

干燥过程中形成的应力裂纹有单裂、双裂和龟裂 3 种形态,同一干燥条件下得到的应力裂纹籽粒样品中可能含有各种形态的裂纹,而且比例不同。这给用分维数表示干燥条件对应力裂纹的影响带来困难,因此引入当量维数概念。

如果干后玉米样品中单裂、双裂和龟裂籽粒剖面裂纹的分维分别为  $D_1,D_2,D_3$ ,它们的裂纹率分别为  $\eta_1,\eta_2,\eta_3$ ,则该样品裂纹的当量分维为

$$D = (\eta_1 D_1 + \eta_2 D_2 + \eta_3 D_3)/100$$

各种形态应力裂纹的分维与玉米品种和截面位置有关,同时也与放大倍数有关,应根据具体情况选取。试验测定时要确定品种和截面位置。放大倍数以能观察清楚各种裂纹形态的主裂纹为依据,不宜太大。本次试验的分维值参见表 1。

计算当量维数时,赋予不同类型的应力裂纹不同权值,无裂纹、单裂纹、双裂纹和龟裂纹的权值由小到大变化。当量维数是一综合指数,它不但考虑了干燥玉米样品中具有各种裂纹类型籽粒的数量,而且考虑了各种裂纹类型籽粒破裂程度的差别,能综合地反映应力裂纹率和破裂程度的变化,比总裂纹率更能显示干燥过程中应力裂纹的发生和发展规律。

# 4 应力裂纹分维与干燥条件的关系

干燥条件与当量分维的关系见图 2。可以看出,当量分维 D 随热风温度  $\theta$ 、冷却时间 t 和应力裂纹率  $\eta$  的增加而增大,因存在其他因素的影响,随热风速度 v 提高而增大的关系不明显。 D 与总裂纹率的关系和与上述诸因素的关系相似,且 2 曲线变化趋势基本相同,与双裂和龟裂纹率曲线的变化趋势则差别较大。

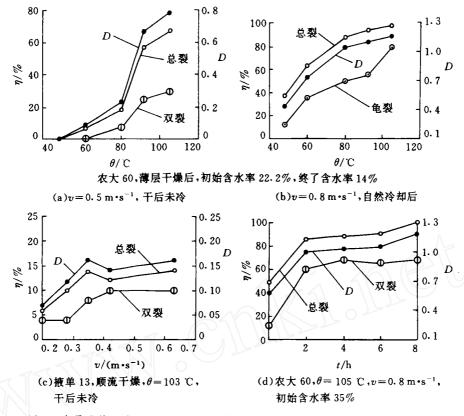


图 2 当量维数 D 与热风温度  $\theta$ 、热风速度 v、冷却时间 t 和应力裂纹率  $\eta$  的关系

## 5 结 论

采用盒维数的等价定义 δ-坐标网立方体方法测量并计算了应力裂纹的分维,整个剖面上单裂、双裂和龟裂的平均分维值分别为 1.148,1.174,1.201。定义了当量维数,分析了干燥条件对当量维数的影响。当量维数比总裂纹率更能显示干燥过程中应力裂纹的发生和发展规律。

### 参考文献

- 1 敖力布,林鸿溢.分形学导论.呼和浩特:内蒙古人民出版社,1996.1~100
- 2 谢和平. 分形力学的数学基础. 力学进展,1995,25(2):174~185
- 3 朱文学. 干燥过程中谷物应力裂纹和发芽率的模拟与试验研究:「学位论文」. 北京:中国农业大学,1997