中国农业大学学报 1998,3(2):100～104
Journal of China Agricultural University

计算机视觉摄影测量模型的标定算法

王丰元[①] 周一鸣 孙殿柱
(中国农业大学车辆工程学院) (中国农业大学机械工程学院)

摘 要 计算机视觉摄影测量模型的求解效率和精度是采用摄像机进行测量的关键。为对所建立的摄影测量模型进行高效求解,根据正交变换的基本原理,提出了基于吉文斯变换的标定模型解算方法。利用该算法对模型进行了标定计算,获得了较高的标定和测量精度。

关键词 计算机视觉; 摄影测量模型; 算法; 吉文斯变换
中图分类号 TP391.41

Calibration Algorithm for Photogrammetric Model of Computer Vision

Wang Fengyuan Zhou Yiming Sun Dianzhu
(College of Vehicle Engineering,CAU) (College of Machinery Engineering,CAU)

Abstract The efficiency and accuracy of the solution to the photogrammetric model of computer vision are important for scene measurement with video camera. A model calibration procedure is analyzed and the algorithm developed according to Givens transformation under the principle of orthogonal transformation leads to a high model calibration accuracy.

Key words computer vision; photogrammetric model; algorithm; Givens transformation

采用计算机视觉和摄影测量技术进行道路交通事故现场的测量,是根据计算机视觉的图像输入、处理和识别功能,并结合传统摄影测量原理而开发的一种非接触、大场景测量技术。系统中采用普通 CCD 摄像机生成图像。为开发利用普通摄像机方便地进行现场测量,笔者建立了基于计算机视觉的摄像机摄测数学模型[1]。为获得模型的高效解算方法,笔者进行了模型标定算法的研究。对于过约束线性方程组的求解,常采用最小二乘法,但如果用于迭代计算,而且要检查中间计算结果的场合,在一般计算条件下无法采用在大型计算机上所用的序列最小二乘法来计算[2]。在这种情况下,吉文斯变换方法是一种较优的选择[3]。它是一种无须构造模型方程式就可求出最小二乘解的直接方法。在迭代计算中,只要将未知参数代入系数矩阵为上三角形阵的方程组中就可求得当前的计算结果。在求解方程时使用的各种正交变换中,吉文斯变换对数据存储要求低,数据稳定性好,计算效率高。为此,在本模型的解算中,主要研究该方法的基本原理及其算法。

1 摄测模型的基本形式

物体空间点(X_i,Y_i,Z_i)与其在图像平面上的成像(x_i,y_i)间的摄测模型为

收稿日期:1997-07-14

①王丰元,北京清华东路 17 号 中国农业大学(东校区)214 信箱,100083

$$-Mv_x = x_i + L_1X_i + L_2Y_i + L_3Z_i + L_4 + L_9x_iX_i + L_{10}x_iY_i + L_{11}x_iZ_i$$

$$-Mv_y = y_i + L_5X_i + L_6Y_i + L_7Z_i + L_8 + L_9y_iX_i + L_{10}y_iY_i + L_{11}y_iZ_i$$

$$M = L_9X_i + L_{10}Y_i + L_{11}Z_i + 1$$

可以用矩阵的形式表示为.

$$\boldsymbol{V} = \boldsymbol{AX} - \boldsymbol{L} \tag{1}$$

其中

$$\boldsymbol{V} = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A} = -\frac{1}{M}\begin{bmatrix} X_i & Y_i & Z_i & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & x_iX_i & x_iY_i & x_iZ_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & X_i & Y_i & Z_i & 1 & x_iX_i & x_iY_i & x_iZ_i \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{X} = [L_1 \quad L_2 \quad L_3 \quad L_4 \quad L_5 \quad L_6 \quad L_7 \quad L_8 \quad L_9 \quad L_{10} \quad L_{11}]^{\mathrm{T}}$$

$$\boldsymbol{L} = \frac{1}{M}\begin{bmatrix} -x_i \\ -y_i \end{bmatrix}$$

为进行模型标定,须对以上矩阵进行运算,求得矩阵 $\boldsymbol{X}$ 中的各系数。一般这是一个过约束线性方程组,因而可采用最小二乘法求解。

2　最小二乘法

由于矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的行数 m 为标定点数的 2 倍,方程组的个数一般大于或等于未知数 n 的个数,因而,由式(1)可得 $\boldsymbol{A}_{m\times n}\cdot\boldsymbol{X}_{n\times 1} - \boldsymbol{L}_{m\times 1} = 0$,即 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}$。由于所测试的空间各标定点是相互独立的,所以 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}$ 的秩为 n,即$(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}$存在,从而有

$$\boldsymbol{X} = (\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}$$

3　模型方程的正交化处理

由以上最小二乘法的求解过程可见,模型系数矩阵 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}$ 的状态数是矩阵 $\boldsymbol{A}$ 状态数的 2 次方,所以,如果模型系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的状态已经不佳,模型的求解结果就会更差[4];因而,如果能够利用正交化方法直接解求模型,则可极大地改善求解的稳定性。

设对于一个 $m\times n$ 阶矩阵 $\boldsymbol{A}(m>n)$,存在一个规格化的正交矩阵 $\boldsymbol{Q}$,使

$$\boldsymbol{Q}_{m\times m}\cdot\boldsymbol{A}_{m\times n} = \tilde{\boldsymbol{R}}_{m\times n} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{R}_{n\times n} \\ 0_{(m-n)\times n} \end{bmatrix} \tag{2}$$

其中 $\boldsymbol{R}_{n\times n}$为上三角矩阵。而

$$\tilde{\boldsymbol{R}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{R}} = [\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}} \quad 0]\begin{bmatrix} \boldsymbol{R} \\ 0 \end{bmatrix} = \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R} \tag{3}$$

由式(2)有 $\tilde{\boldsymbol{R}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{R}} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{QA} = \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A} = \boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}$。对形式为 $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{AX} - \boldsymbol{L}$ 的模型关系式,利用 $\boldsymbol{Q}$ 进行正交变换,则有

$$QV=QAX-QL$$
$$C=QL$$
$$QV=QAX-C \tag{4}$$

按误差传播定律,QL的方差阵可以表述为

$$D(QL)=QD(L)Q^{\mathrm{T}}=\sigma^2QQ^{\mathrm{T}}=\sigma^2E$$

此式表明正交变换后QL的方差与变换前的相同。

由此,根据式(4),模型关系的线性化形式可以写为

$$\tilde{R}^{\mathrm{T}}\tilde{R}X=\tilde{R}^{\mathrm{T}}C \tag{5}$$

其中

$$C=\begin{bmatrix}\dot{C}_{n\times1}\\ \ddot{C}_{(m-n)\times1}\end{bmatrix}$$

将式(5)代入(3)可得

$$R^{\mathrm{T}}RX=[R^{\mathrm{T}}\quad 0]\begin{bmatrix}\dot{C}\\ \ddot{C}\end{bmatrix}=R^{\mathrm{T}}\dot{C}$$

R的秩为n,因此$(R^{\mathrm{T}})^{-1}$存在,所以有

$$RX=\dot{C} \tag{6}$$

其中$\dot{C}$是正交变换后QL的前n行。

式(6)说明正交变换后,可由此式直接解求未知参数X,它完全等价于由原始模型方程式求解的结果。

由式(4)及(6)可得

$$QV=\begin{bmatrix}R_{n\times n}\\ 0_{(m-n)\times n}\end{bmatrix}R_{n\times n}^{-1}\dot{C}-\begin{bmatrix}\dot{C}_{n\times1}\\ \ddot{C}_{(m-n)\times1}\end{bmatrix}=$$
$$\begin{bmatrix}\dot{C}\\ 0\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}\dot{C}\\ \ddot{C}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\ -\ddot{C}\end{bmatrix}$$

而$(QV)^{\mathrm{T}}(QV)=V^{\mathrm{T}}Q^{\mathrm{T}}QV=V^{\mathrm{T}}V$,所以

$$V^{\mathrm{T}}V=(QV)^{\mathrm{T}}(QV)=\ddot{C}^{\mathrm{T}}\ddot{C} \tag{7}$$

可见,残差平方和可由正交变换的结果直接给出;所以,经正交变换后,不仅可方便地求得未知数,而且可以方便地求出残差的平方和。

4 吉文斯变换基本原理及算法

吉文斯变换是正交变换的一种[2]。上述正交变换Q可以用逐次吉文斯平面旋转变换来实现。由分析式(2)可知,要使变换后的矩阵的i列$(i=1,2,\cdots,n)$的后$(m-i)$个元素均为零,须引入如下Q_{ik}平面旋转矩阵:

$$Q_{ik}=\begin{array}{c}\left[\begin{array}{ccccccccc}1&&&&&&&&\\&\ddots&&&&&&&\\&&1&&&&&&\\&&&c&\cdots&s&&&\\&&&\vdots&&\vdots&&&\\&&&-s&\cdots&c&&&\\&&&&&&1&&\\&&&&&&&\ddots&\\&&&&&&&&1\end{array}\right]\begin{array}{c}1\\ \vdots\\ \\ i\\ \vdots\\ k\\ \\ \vdots\\ m\end{array}\\ \begin{array}{ccccccc}1&\cdots&i&\cdots&k&\cdots&m\end{array}\end{array}$$

矩阵 Q_{ik} 中，位于 (i,i) 和 (k,k) 以外的主对角线元素均为 1，而在 (i,i)，(k,i)，(i,k)，(k,k) 位置上的元素分别为 $c,-s,s,c$，而且 $c=\cos\alpha, s=\sin\alpha$，其余元素均为零。

Q_{ik} 是一个规格化的正交矩阵，即有如下关系：$Q_{ik}^{-1}=Q_{ik}^{\mathrm{T}}$。若用 Q_{ik} 对矩阵 A 施以吉文斯变换，并使变换后 (k,i) 处的元素 a_{ki} 为 0，则 $-sa_{ii}+ca_{ki}=0$。每次变换后，变换向量中原来为零的元素仍为零。其中：$s=a_{ki}(a_{ii}^2+a_{ki}^2)^{-1/2}$，$c=a_{ii}(a_{ii}^2+a_{ki}^2)^{-1/2}$，且 $k>i$；因此，可以逐列地进行上述变换。对第 1 列需作 $(m-1)$ 次变换，对第 k 列需作 $(m-k)$ 次变换，即变换矩阵为

$$Q=Q_{nm}\cdot Q_{n(m-1)}\cdots Q_{n(n+1)}\cdots Q_{km}\cdot Q_{k(m-1)}\cdots Q_{k(k+1)}\cdots Q_{1m}\cdot Q_{1(m-1)}\cdots Q_{13}\cdot Q_{12}$$

以 C 语言的格式，写出算法的基本逻辑过程如下：

1)初始化各变量及矩阵；

2)吉文斯变换核

for $(i=1;i<n;i++)$\{　　//记数器

　for $(k=i+1;k<m;k++)$\{　　//对应列变换次数

　　$d=(a_{ii}^2+a_{ki}^2)^{1/2}$　　//建立平面旋转变换矩阵

　　$c_{ki}=a_{ii}/d$

　　$s_{ki}=a_{ki}/d$

　　for $(j=i,j<n;j++)$\{　　//对模型逐次施以吉文斯变换 (QA,QL)

$$\begin{bmatrix}\bar{a}_{ij}\\ \bar{a}_{kj}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{ki}&s_{ki}\\ -s_{ki}&c_{ki}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}a_{ij}\\ a_{kj}\end{bmatrix}$$　　//对矩阵 A 的变换

$$\begin{bmatrix}\bar{b}_i\\ \bar{b}_k\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}c_{ki}&s_{ki}\\ -s_{ki}&c_{ki}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}b_i\\ b_k\end{bmatrix}$$　　//对矩阵 L 的变换

\}　\}　\}

3)将 QA 作上三角阵回代，求出各标定系数的值；

4)对 QL 的后 $(n-m)$ 行进行运算，求得残差平方和。

根据以上分析及算法实现可见：吉文斯变换数据稳定性好，计算过程中存储空间占用少，无需列出标定方程式即可求得最小二乘法的解，适合于迭代计算，可以随时检查计算结果；不必根据误差方程式逐点计算残差，即可求得残余平方和；能够容易地实现当误差方程式个数发生变化时的快速运算。

5 标定运算结果

表1所示是实际测量、标定得到的一组结果。其中:图像坐标是在图像监视器平面上获得的坐标位置(像素数);空间坐标是成像点在地面测量坐标系中的位置,mm;标定系数是将以上2组数据通过模型解算得到的;残差平方和是模型解算后直接获得的(参考式(7))。由标定结果可见,已达到了较高的拟合程度,从而可以较高的精度完成摄像机的标定。

表1 摄测模型标定解算结果

图像坐标		空间位置坐标			标定系数	图像坐标		空间位置坐标			标定系数
x	y	X	Y	Z		x	y	X	Y	Z	
490	354	0	300	0	1.03×10^{-3}	570	252	800	1 100	0	1.34×10^{-4}
490	315	0	600	0	-4.50×10^{-5}	528	382	0	0	500	-1.33
490	277	0	900	0	1.16×10^{-3}	529	346	0	300	500	-9.10×10^{-5}
568	403	800	0	0	1.56	528	309	0	600	500	-2.20×10^{-5}
569	363	800	300	0	-6.30×10^{-5}	528	272	0	900	500	8.90×10^{-5}
569	280	800	900	0	1.65×10^{-3}	527	248	0	1 100	500	1.00

说明:残差平方和为0.000 6,均方根为0.006 0。

6 结束语

根据正交变换的基本原理,开发了利用吉文斯变换解算标定模型的算法。该算法较最小二乘法计算稳定,可靠,效率高,适应性好,可在标定计算完成后获得评价解算精度的累积残差平方和。

参考文献

1 王丰元.计算机视觉在道路交通事故现场勘察中的应用研究:[博士学位论文].北京:中国农业大学,1997

2 Blais J A R. Recursive least-square estimation using Givens transformation. Intern Archi of Photogram, 1982,24(3):60~67

3 Gentleman W M. Least squares computations by Givens transformation without square roots. J of the Institute of Mathem Appli,1973(12):329~336

4 王之卓.摄影测量原理.北京:测绘出版社,1979.10