

基于拟土颗粒 DEM 数值模型的静态液桥力测试方法

余莲英 周丹洋 徐春晖 徐泳*

(中国农业大学 理学院,北京 100083)

摘要 为经济便捷地测定微量液桥力与球颗粒间距的关系,提出基于微量天平的手动与连续测试的方法,能实现两球位置精确移动和间隙调整,观察并记录液桥从拉伸直至断裂的形态和液桥力变化,采用连续测量方式还可自动实现液桥力数值的连续输出。对等径球和异径球液桥力的测试记录与不同公式计算结果的比较表明,手动和连续测试方法具有较高测试精度且经济适用,可用于对不同液桥力公式的精度进行评估;对异径球液桥力的测试与不同公式结果的比较还表明,静态液桥力近似公式简洁明确精度较好,可供选用。

关键词 土壤动力学; 颗粒; 离散元; 液桥力; 测试

中图分类号 O158; O347.7 文章编号 1007-4333(2017)11-0068-07 文献标志码 A

Method of measuring the static liquid bridge force of soil particles based on DEM modeling

YU Lianying, ZHOU Danyang, XU Chunhui, XU Yong*

(College of Science, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract In order to numerically predict tillage soil dynamics process, based on the relationship of liquid bridge force and gap width between two particles, a DEM model for wet particle system was set to investigate tillage soil dynamics. Based on Sartorius – microbalances two schemes, for the measurement of static liquid bridge force were proposed. The former was of manual measurement with an x-y-z manual adjustment slide and a digital microscope connected to a laptop, and the later was for automatic measurement with additional parts including a screw slide module driven by a stepping motor. Measurements were carried out for two equal spheres and unequal ones with both schemes, and the results were compared with available analytical equations or fitting ones. The results showed that the experimental set combined with the procedures enabled the evolution of static liquid bridge force with increment of separation and further determined the rupture distance with satisfactory. In conclusion, the approximate equation was suitable for modeling the static liquid bridge force of soil particles.

Keywords soil dynamics; particle; discrete element method; liquid bridge force; measurement

土壤动力学是分析耕耘和土工等过程的理论基础^[1-2]。而土壤在物理上是松散、多相且物性分散的海量颗粒组合体,基于连续体力学的数值解法难以分析以破裂、崩塌和多重破碎为典型特征的土壤动力学过程。故在经典耕作土壤力学著作中早就采用了颗粒-液桥来描述多相的土壤结构的细观力学机理^[3]。液桥是颗粒间存在填隙液体时,固-液-气三相在界面上交互作用产生的自在形态^[4],因此以液

桥链接的密相湿颗粒群自然就成了湿颗粒流、土工和土壤动力学的合理物理模型。

颗粒离散元法(DEM)原是分析干颗粒系统的数值方法^[5-8]。Lian等^[9-10]根据土壤细观力学观点,以摆动式液桥的液桥力取代干颗粒间接触力组成非线性“弹簧”形成离散元湿颗粒模型进行数值模拟,为土壤动力学仿真分析开辟了新途径,目前仍在发展中^[11]。

收稿日期:2016-06-01

基金项目:国家自然科学基金资助项目(11272341;11072260)

第一作者:余莲英,实验师,主要从事固体力学测试技术研究,E-mail:ylybj@cau.edu.cn

通讯作者:徐泳,教授,博士生导师,主要从事散体力学数值计算研究,E-mail:xuyong@cau.edu.cn

液桥力分为静态液桥力与动态液桥力,静态液桥力的量值与颗粒大小及形态、固-液物性、持液量以及间隙大小相关,动态液桥力还与两颗粒的相对运动速度相关,本研究只涉及静态液桥力。湿颗粒离散元建模要求静、动态液桥力都表达为显式,在合适精度下计算量尽可能小。与干颗粒模型中颗粒脱离接触时弹簧消失相对应,湿颗粒模型把液桥拉伸断裂时的断裂距作为颗粒脱离作用的判据。

Pitois 等^[12]经过简化得到以持液量表达的等径球静态液桥力公式,在推导该解析公式时为了减少推导困难将液桥形状简化为圆柱形,由此产生的精度偏差只能通过物理试验考察判定。Willett 等^[13]用高精度微量天平与 PC 联机记录液桥力辅以压电致动器控制间距,完成了系列试验并据试验结果得到异径球间静态液桥力的拟合公式,但数学表达复杂,物理意义也欠明确,对于离散元数值计算似可作为评估其他数值模型“标准解”的参照,取作模型公式则失于繁冗,导致计算时间过长。这就需要把简化的数学推导和试验验证结合,求得等径球与异径球通用的、适当的静态液桥力公式。由于液桥力仅在颗粒粒度 $<2\sim 3$ mm 时才显著,此时液桥力量值又很微小,适于物理试验的测量微量力的仪器一般都价格昂贵,故除了前述文献外,涉及液桥力测试的文献凤毛麟角,仅见到 Bakar 等^[13]建立并利用微量颗粒作用力分析系统测试静态液桥力的报道,国内尚未见到液桥力测试的文献。本研究拟利用性价比

较高的微量天平对测试颗粒静态液桥力的方法进行探索,以期对现有静态液桥力公式的可应用性提供参考意见。

1 液桥力的手动与连续测试

1.1 测试原理和样本选取

颗粒样本为 2 个给定粒径、上-下为一组的小圆球。下球(异径时取大球)置于天平称量盘上不动,上球在保持与下球垂向同心情况下缓慢升降,当两球间隙适当时在间隙处注入液滴成桥。随后从选定的最小间隙起,缓慢向上提拉液桥,记录液桥力变化直至断裂,记录断裂距,完成液桥力随球间距变化曲线。

颗粒样本选物性近于土壤或沙粒的钠钙玻璃抛光圆球,直径 d 取 2、3 和 4 mm。粒度过大则液桥形状受重力影响大,过小则滴液操作困难测试精度不足。实际的土中形成液桥的介质是水,但水容易蒸发而导致液桥形状和持液量变化影响测量结果,本研究参照其他文献选用不挥发且黏度可选择的 XY-二甲基硅油,黏度 $100 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, $25\text{ }^\circ\text{C}$;表面张力系数 21.0 mN/m ,相对密度 0.965。玻璃与硅油的接触角参考文献^[13]按 10° 取值。

1.2 试验装置描述

试验装置各部分配置见图 1(a)和(b)。主要测试仪器是 Sartorius Mechatronics 产 MSE3. 6P-000-DM 微量天平,量程 3.1 g ,可读性 $5 \mu\text{g}$,稳定时间 $\leq 5 \text{ s}$,测量时间 $\leq 8 \text{ s}$ 。



(a)左起:数字显微镜,天平称量盘及上下球, $x-y-z$ 调位单元;From left: digital microscope, microbalance and glass bead samples, $x-y-z$ stages;(b)笔记本电脑显示屏上经数字显微镜放大的上下球。Enlarged imagine of glass beads by microscope on PC monitor.

图 1 液桥力测试装置

Fig. 1 Experimental set

手动方式 与手动测试方式搭配的辅助组件和 设备有:

1) 复式调位单元组。由 x - y - z 三向移动单元组成, 每个方向由千分尺调位, 固定在 x 和 y 单元上的 z 单元顶部固定有悬臂梁, 其外伸端夹定上球, 与称重盘上的下球相对;

2) 数字显微镜-笔记本组合。数字显微镜连续可调下, 放大 40~60 倍, 笔记本电脑 A 与显微镜联机并利用配套软件 DinoCapture 2.0 可完成球与液桥的实时显示、间隙标定、照相连拍及重放等功能。

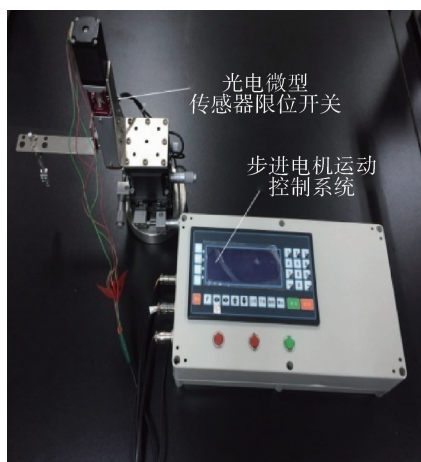
连续方式 连续测试是利用天平的连续输出功能, 借助增配的机电部件匀速提拉液桥并连续输出液桥力读数。此方式将步进微动滑台和连接在滑台上的移动悬臂板取代手动测试时固定在调位组件上的悬臂梁, 实现上球垂向位移连续加载的可编程控制。步进微动滑台系统的组成部件有:

1) 步进电机单元。含步进微电机、电源、驱动器和可编程控制器;

2) 丝杆滑台模块。含框架、丝杆螺母副和装在移动螺母上的小平台, 能把电机转动变为螺母小平台的直线运动带动上球提升。滑台连电机长 146 mm, 横向 28 mm×28 mm, 丝杆轴向负载 1~2 N;

3) 笔记本电脑 B。其与微量天平输出口通过数据线相连接接收输出数据。

步进微动滑台的各部件以及其与 x - y - z 调位组件的装配关系如图 2 所示。



左起: 固定上球的外伸板, 微动滑台单元, x - y - z 调位单元, 控制器。

From left: Upper bead fixed on cantilever beam, screw slide module with stepping motor, x - y - z manual adjustment, slide, controller.

图 2 连续测试的试验装置

Fig. 2 Experimental set for automatic measuring liquid bridge force

1.3 测试方法简述

1.3.1 若干测试技巧

要精确测取静态液桥力, 须解决 3 个技术难点。结合相关操作技巧简述如下:

1) 上下球心垂向同轴 若球心垂向不同轴则液桥非轴对称, 影响液桥力测试精度。通过笔记本显示屏观察数显放大的两球映像, 同时转动调位单元 x 和 y 向的千分尺调整上球位置可使上下球垂向同心;

2) 测定两球最小间隙 微量天平量程仅 3.1 g, 下球受任何触碰即可能过载, 因此选取的液桥拉伸起始间隙不能过小。利用数字显微镜软件的测距功能, 在紧盯显示屏上两球间隙的放大映像的同时, 微调 z 向千分尺逐次微降上球, 操作鼠标在两球放大映像上做两球切线以测取间隙大小, 直到间隙达到预定值。

3) 持液体积测定 持液体积是用作计算液桥力的主要参量, 须准确测取。滴少许液体于凹形小塑片, 称重记为 W_2 (g), 将塑片移至上球底面粘液后再称量塑片记为 W_1 (g), 粘液体积 V /mL = $(W_2 - W_1) / 0.965$ 。

1.3.2 液桥力手动测量步骤

1) 在称重盘上放置下球, 利用调位组件将其夹定的上球移动到下球的上方, 将数码显微镜摄像头对准上、下球调好焦距, 然后水平调整上球使上、下球心铅垂同轴;

2) 借助数码显微镜-笔记本显示屏的放大观察功能, 缓慢降低上球使上、下球间隙最小达 0.02 mm (切忌两球硬接触), 记录此时上球位置 Z_0 。然后提升上球 5 cm, 粘液于上球底端, 天平读数置零;

3) 快降上球 4 cm, 在笔记本显示屏的监视下, 微降上球直到其下球面的挂液与下球顶轻微接触成液桥。继续缓降直到上球位置到 Z_0 处 (最小间隙 $S_0 = 0.02$ mm);

4) 以步长 Δz (取为 0.02 或 0.05 mm) 逐级缓升上球, 每升 1 个步长记录 1 次天平稳定后的力值和相应位移, 直到液桥断裂。根据记录可以得到液桥断裂距 S_r 。

5) 整理试验数据, 得出液桥力与球间隙 S 的试验曲线。测得力值实为液桥下截面的液桥力, 与液桥上截面液桥力之差为液体重 $\rho g V$ 。本研究建议取下截面液桥力值减去液桥断裂后下球上的

残余重。

1.3.3 液桥力连续测量步骤

液桥力连续测量分为测量前准备和匀速位移加载并实时输出 2 个阶段。前一阶段操作与手动测试相同不赘述。后一阶段是实现垂向匀速缓升液桥并同步完成液桥力数据采集传输,操作步骤简述如下:

1) 在控制器上设定螺母小平台最大行程(大于液桥断裂距,约 15 mm),设定升速(在 0.002 ~ 0.01 mm/s 间选取),按控制器“开始”键,降小平台位置至下限 0 位(限位开关灯灭,液晶屏上 X 位置显示为 0);

2) 参阅天平说明书配置菜单,通过天平的液晶屏幕上菜单对微量天平修改设置:

a) 设置通讯设备为电脑(设置代码为 2.2.1.1),给定指令如下:DEVICE PC-USB(电脑 USB 端口)-DATREC(通讯模式)-SBI(ASCII);

b) 设置天平自动定时向电脑发送测量数据(设置代码为 3.1.1.4),给定指令如下:DATAOU-COMSBI(电脑通讯)-COMOUTP(输出,手动或连续)-RUTWIO(稳定);

3) 开通笔记本电脑 B 与天平输出口的连接,天平连续将液桥力数据输出到电脑 B;

4) 操作控制器使小平台自 0 位起以设定速度提升,同时点击显示器程序界面接收天平的液桥力信号;

5) 拉伸液桥直至断裂,同步停止滑台上升和停止电脑 B 接收数据,记录控制器 X 方向读数为 S, S 即为拉断液桥的总行程;

6) 根据采集的液桥力数据和设定移速的实际行程算出间隙变化,得出液桥力与球间隙 S 的试验曲线。

2 测试验证分析与测试方法评述

2.1 液桥拉伸断裂过程及断裂距

断裂距是液桥破坏时的间隙,也是 2 湿颗粒间液桥是否存在的判据,在手动方式下很容易确定断裂距并拍摄液桥形状图。在连续方式下,利用数码显微镜软件通过电脑 A 可连拍从液桥开始拉伸到断裂的全过程,配合电脑 B 接收的液桥力数据和上球移动速度记录,也容易确定断裂距。图 3 是 $d_1 = 2 \text{ mm}$, $d_2 = 3 \text{ mm}$ 的两颗粒在持液量 $V = 0.558 \mu\text{L}$

时从最小间隙拉伸直到断裂记录的液桥形状变化图像,可为分析液桥拉伸形态和断裂距确定提供依据。



玻璃球径 $d_1 = 2 \text{ mm}$, $d_2 = 3 \text{ mm}$, # 100 硅油体积 $V = 0.558 \mu\text{L}$
Glass beads $d_1 = 2 \text{ mm}$ and $d_2 = 3 \text{ mm}$, # 100 silicon oil volume $V = 0.558 \mu\text{L}$

图 3 液桥拉伸至断裂的照片

Fig. 3 Evolution of the liquid bridge until broken

2.2 液桥力测试结果的验证分析

2.2.1 静态液桥力公式

前述的以持液体积表示的那些静态液桥力公式,都是经大幅简化导出的,近似程度不明。有必要把液桥力测试结果与公式计算结果进行比较和相互印证。为便于考察此处列出用于比较的静态液桥力公式。Willett 等^[14]根据试验结果经回归处理得到的异径球静态液桥力拟合公式(图 4、5 和 6 中简称为“拟合”),因表达式复杂此处从略。

Pitois 等^[12]经简化导出的等径球静态液桥力公式为(图 4、5 和 6 中简称为“等径”)

$$F = 2\pi\gamma R \cos\theta \left[1 - \left(1 + \frac{2V}{\pi R S^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (1)$$

式中: $R = d/2$ 是球半径, V 是液体体积, S 是球间间隙, γ 是表面张力系数, θ 是液固表面接触角。

本研究组把异径球液桥简化为锥形导出异径球间静态液桥力近似公式^①(图 7 中简称为“近似”)

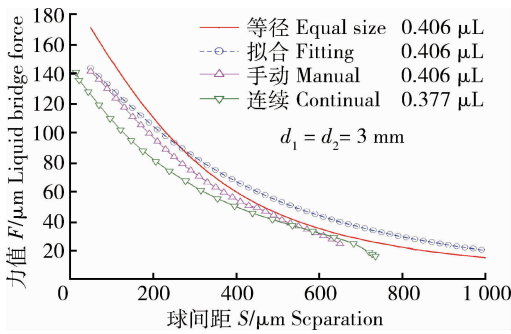
$$F = 2\pi\gamma c R_1 \cos\theta \left[1 - \left(1 + \frac{2V}{\pi c R_1 S^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] \quad (2)$$

其中: $c = (1 + R_1/R_2)$, R_1 为小球半径。当 $R_1 = R_2$ 时,式(2)能退化到式(1)。

2.2.2 等径球液桥力测试比较

因等径球有静态液桥力的解析解即等径公式(1),先考察等径球下试验结果与拟合公式^[14]和等径公式的吻合情况。对 $d = 4 \text{ mm}$, 3 mm , 2 mm 共 3 组等径球对进行了试验。每组试验按不同持液量设置工况。图 4 给出了等径球 $d = 3 \text{ mm}$ 、持液体体积相近的手动 ($V = 0.406 \mu\text{L}$)、连续 ($V =$

① 曹婷,毛奕霖,徐春晖. 湿颗粒离散元法静态液桥力计算公式的比较. 北京力学学会第 19 届学术年会论文集, 2013



玻璃球 $d_1 = d_2 = 3 \text{ mm}$; # 100 硅油 $V = 0.406$ 或 $0.377 \mu\text{L}$ 。

Glass beads diameter as 3 mm ;

100 silicon oil $V = 0.406$ or $0.377 \mu\text{L}$ 。

图 4 静态液桥力手动、连续测量与计算值比较

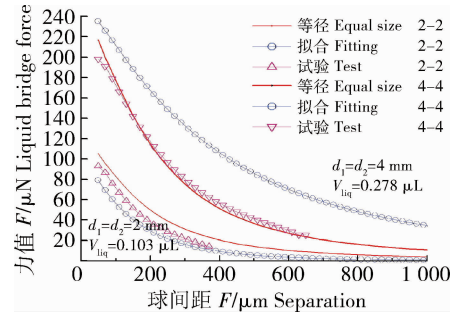
Fig. 4 Liquid bridge force values measured with manual/continual schemes and calculated with equations

$0.377 \mu\text{L}$, 因球间粘微量液滴很难完全等量) 加载试验结果与 $V = 0.406 \mu\text{L}$ 时等径公式(1)、拟合公式^[14]计算结果的比较。

由图 4 可见, 2 种测试方式结果和 2 个公式结果趋势相近。持液量相近的手动和连续加载试验的 2 条曲线在液桥拉伸前期有一定偏离而后期趋于吻合。究其原因, 一是持液量相差 7% 会导致偏差, 二是测量方式的影响。因为所用天平是为单样本静态称量设计的, 手动方式是静态测量, 结果自然比连续加载准确。而连续方式测量时, 天平未充分稳定平衡就强行输出数据导致偏差, 若选用能快速平衡、适于动态测试的天平则可避免, 所以并不影响连续测试方法的可行性。同一持液量的 3 条曲线中, 在液桥拉伸初期, 手动试验结果与等径公式偏离而与拟合公式相近, 后又与等径公式接近而偏离拟合公式结果。对于 DEM 数值模拟, 偏差相对值可以接受, 而拟合公式^[14]表达复杂且物理意义不明确, 等径公式直接用于 DEM 计算较宜。

等径玻璃球 $d = 2 \text{ mm}$, # 100 硅油体积 $V = 0.1026 \mu\text{L}$ 与 $d = 4 \text{ mm}$, $V = 0.2777 \mu\text{L}$ 2 种工况下手动测量结果与等径公式、拟合公式结果的比较如图 5 所示。由图 5 可见, 对小球 $d = 2 \text{ mm}$ 工况, 实测结果在等径公式与拟合公式 2 条曲线之间, 后者差别也较小。而对大球 $d = 4 \text{ mm}$ 工况, 实测结果则吻合于等径公式曲线, 此时拟合公式曲线与前者显著偏离。小球和大球 2 种情况下 2 个公式的曲线相对数值也不一致, 若以本研究试验结果为准,

拟合公式在某些情况下未必准确, 而采用等径公式用于 DEM 计算比较合理。



等径玻璃球 $d = 2 \text{ mm}$; # 100 硅油 $V = 0.1026 \mu\text{L}$ 与 $d = 4 \text{ mm}$, $V = 0.2777 \mu\text{L}$ 。

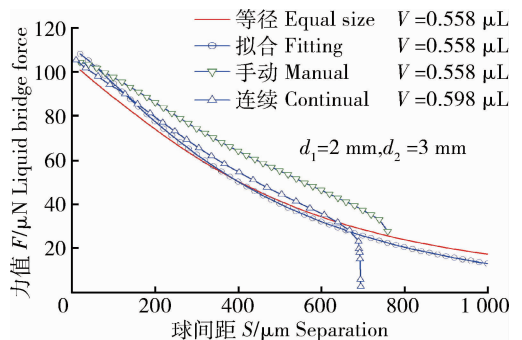
Glass beads $d = 2 \text{ mm}$ with # 100 silicon oil $V = 0.1026 \mu\text{L}$, $d = 4 \text{ mm}$, $V = 0.2777 \mu\text{L}$ 。

图 5 手动测量与公式计算静态液桥力值的比较

Fig. 5 Static liquid bridge forces measured with manual scheme and calculated by analytical & fitting equations

2.2.3 异径球液桥力测试比较

对异径球情形, 分别设置了 $d_1 = 2 \text{ mm}$ 与 $d_2 = 3 \text{ mm}$, $d_1 = 3 \text{ mm}$ 与 $d_2 = 4 \text{ mm}$ 和 $d_1 = 2 \text{ mm}$ 与 $d_2 = 4 \text{ mm}$ 共 3 组持液量不同的手动模式试验, 对其中部分工况做连续加载试验以资比较。图 6 给出了球径为 $d_1 = 2 \text{ mm}$ 和 $d_2 = 3 \text{ mm}$ 两球在持液量 $V = 0.558 \mu\text{L}$ 近似公式(2)以及拟合公式计算结果手动试验和与持液量 $V = 0.598 \mu\text{L}$ 的连续加载试验结果的比较。



玻璃球 $d_1 = 2 \text{ mm}$, $d_2 = 3 \text{ mm}$, # 100 硅油 $V = 0.558$ 或 $0.598 \mu\text{L}$ 。

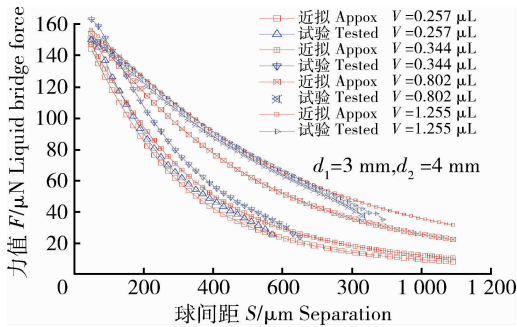
Glass beads $d_1 = 2 \text{ mm}$, $d_2 = 3 \text{ mm}$; # 100 silicon oil $V = 0.558$ or $0.598 \mu\text{L}$ 。

图 6 持液量相当时手动、连续测量与不同公式所得静态液桥力比较

Fig. 6 Comparison of liquid bridge force values measured with manual/continual schemes and calculated with equations

由图 6 可见,手动试验和相近持液量的连续试验结果随间隙增大有一定偏差,除了持液量偏差达 6.7% 的影响外,同样也受到静态天平未充分平衡的影响,但偏差均在合理范围。异径球近似公式(2)与 2 种实测值和拟合公式曲线或吻合或接近,显然可用于 DEM 计算。

为了考察持液量对异径球静态液桥力的影响,对异径球 $d_1=3\text{ mm}$ 与 $d_2=4\text{ mm}$ 组合下持液量不同的 4 种工况(分别是 $V=0.257, 0.344, 0.802$ 和 $0.598\ \mu\text{L}$)下的手动模式试验结果与本组导出的异径球近似公式进行了比较,见图 7。由图 7 可知,持液量最少和最多的 2 种工况实测结果十分吻合,而持液量居中的另外 2 种工况有不同程度的偏差,但对 DEM 数值模拟来说可以接受。



玻璃球 $d_1=3\text{ mm}, d_2=4\text{ mm}$, # 100 硅油持液量 $V=0.257, 0.344, 0.802$ 和 $1.255\ \mu\text{L}$ 。

Glass beads $d_1=3\text{ mm}, d_2=4\text{ mm}$, volume of # 100 silicon oil $V=0.257, 0.344, 0.802$ and $1.255\ \mu\text{L}$ 。

图 7 不同持液量下异径球静态液桥力近似公式和手动模式试验值的比较

Fig. 7 Comparison of static liquid bridge force measured and calculated

若以本研究测试结果为准去分析前述各工况偏差产生的原因,可以看出,无论是等径球还是异径球,由于液桥形状数学表达的难度,在所有推导过程中不得不采取过度简化的假定,液桥母线表达均是近似的。例如等径球液桥简化为圆柱形,而异径球液桥则先简化为圆锥台形而后又采用均化处理,故导出的公式必然也是近似的。无论如何,上述推导毕竟反映了主要的物理特征,故所得公式在很大程度上仍然反映了静态液桥力的主值部分,所生的偏差居次要地位。就 DEM 数值模拟来说,因海量土颗粒的数值模拟导致特大计算量,即便是干颗粒系统人们也多采用简单接触模型(弹簧)而不愿用精确

但计算量大的模型,对于湿颗粒模型来说,等径球静态液桥力公式完全可用,对于异径球来说,即使是经过较大幅度的简化,物理意义明确的静态液桥力公式仍然具有重大使用价值。

3 结 语

为实现土壤动力学数值仿真,本研究在静态液桥力测试方法和液桥力计算公式评估两方面有如下进展:

1) 基于微量天平选配了数字显微镜-微机和调位组件系统,提出静态液桥力手动测量方法,并进一步增配步进微动滑台和拓展天平的连续输出功能,建立了连续测量方法。2 种测量方法实测结果与公式计算结果比较表明,手动测量精度好但工作量大,而连续测量可显著提高效率但测试精度依赖于天平的快速平衡能力。有微量天平的用户采取本研究方法可避免购置微量力测试设备而得到较满意的微力学测试结果。

2) 利用所提的测试方法对等径球和异径球完成了一系列静态液桥力测试,并通过实测结果与不同公式计算结果的比较对公式做出初步评估。其中,本研究提出的异径球近似公式是便于应用的解析公式,更详细的数学推导和全面的试验验证有望在近期完成。

致谢:感谢刘志丹老师、段娜老师和博士生朱张兵对本试验研究的积极热情协助。

参考文献 References

- [1] 孙一元,高行方,余登苑. 农业土壤力学[M]. 北京:农业出版社,1985
Sun Y Y, Gao X F, Yu D Y. *Soil Mechanics* [M]. Beijing: China Agriculture Press, 1985 (in Chinese)
- [2] 曾德超. 机械土壤动力学[M]. 北京:北京科学技术出版社,1995
Zeng D C. *Soil Dynamics in Mechanical Process* [M]. Beijing: Beijing Science and Technology Press, 1995 (in Chinese)
- [3] Gill W R, Vanden B, G E. *Soil Dynamics in Tillage and Traction* [M]. Washington: Agricultural Research Service Press, 1967
- [4] 高世桥,刘海鹏. 毛细力学[M]. 北京:科学出版社,2010
Gao S Q, Liu H P. *Capillary Mechanics* [M]. Beijing: Science Press, 2010 (in Chinese)
- [5] Cundall P A, Strack O D L. A discrete numerical model for

- granular assemblies[J]. *Geotechnique*, 1979, 29(1): 47-65
- [6] Thornton C, Yin K K. Impact of elastic spheres with and without adhesion[J]. *Powder Technology*, 1991, 65(1/2/3): 153-166
- [7] 王泳嘉, 邢纪波. 离散元法及其在岩土力学中的应用[M]. 沈阳: 东北工学院出版社, 1991
Wang Y J, Xing J B. *Distinct Element Method and its Applications in Rock Mechanics* [M]. Shenyang: Northeastern University Press, 1991 (in Chinese)
- [8] 徐泳, 孙其诚, 张凌, 黄文彬. 颗粒离散元法研究的进展[J]. 力学进展, 2003, 33(2): 251-260
Xu Y, Sun Q C, Zhang L, Huang W B. Advances in discrete element methods for particulate materials [J]. *Advances in Mechanics*, 2003, 33(2): 251-260 (in Chinese)
- [9] Lian G, Thornton C, Adams M J. A theoretical study of the liquid bridge forces between two rigid spherical bodies [J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 1993, 161(1): 138-147
- [10] Lian G, Thornton C, Adams M J. Discrete particle simulation of agglomerate impact coalescence [J]. *Chemical Engineering Science*, 1998, 53(19): 3381-3391
- [11] 徐泳, 李红艳, 黄文彬. 耕作土壤动力学的三维离散元建模和仿真方案策划[J]. 农业工程学报, 2003, 19(2): 34-38
Xu Y, Li H Y, Huang W B. Modeling and methodological strategy of DEM simulation for tillage soil dynamics [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2003, 19(2): 34-38 (in Chinese)
- [12] Pitois O, Moucheront P, Chateau X. Liquid bridge between two moving spheres: an experimental study of viscosity effects [J]. *Journal of Colloid and Interface Science*, 2000, 231(1): 26-31
- [13] Willett C D, Adams M J, Johnson S A, Seville J P K. Capillary bridges between two spherical bodies [J]. *Langmuir*, 2000, 16(24): 9396-9405
- [14] Bakar N F A, Anzai R, Horio M. Direct measurement of particle-particle interaction using micro particle interaction analyzer (MPIA) [J]. *Advanced Powder Technology*, 2009, 20(5): 455-463

责任编辑: 王燕华