

# 基于射频加热数值模型的介电系数混合方程研究

施火结<sup>1,2</sup> 张绍英<sup>1\*</sup> 郑文鑫<sup>1</sup>

(1. 中国农业大学 工学院, 北京 100083;  
2. 福建农林大学 机电工程学院, 福州 350002)

**摘要** 针对农产品和食品粉状物料如何选择两相介质介电系数混合方程的问题, 从介电系数应用的角度, 采用射频加热数值模型分析方法, 对介电系数混合方程——CRIME 方程、LLLE 方程、BE 方程和 LE 方程进行研究。以脱脂奶粉为研究对象, 将奶粉压缩为块状, 排出颗粒间隙中空气后测得介电系数; 在此基础上, 分别应用 4 个介电系数混合方程计算得到未压缩(自然状态)的脱脂奶粉介电系数, 将其应用到射频波电磁-热场耦合分析数值模型进行射频加热仿真, 同时采用 6 kW, 27.12 MHz 的射频加热系统对脱脂奶粉进行射频加热试验, 从仿真和试验的加热速率、表面温度大小及加热模式的对比中, 得到适合计算脱脂奶粉介电系数的混合方程。研究结果表明: 介电系数采用 LE 方程的仿真结果与试验结果最吻合。该研究方法可应用于其他农产品和食品粉状物料介电系数的研究。该数值分析模型可进一步用于射频系统加热机理及加热均匀性的研究。

**关键词** 介电系数; 射频加热; 混合方程; 数值模型

中图分类号 S 183; TS 254.1

文章编号 1007-4333(2015)02-0194-07

文献标志码 A

## Study on Mixture Equations of dielectric properties using numerical model of radio frequency heating

SHI Huo-jie<sup>1,2</sup>, ZHANG Shao-ying<sup>1\*</sup>, ZHENG Wen-xin<sup>1</sup>

(1. College of Engineering, China Agriculture University, Beijing 100083, China;  
2. School of Mechatronics, Fujian A & F University, Fuzhou 350002, China)

**Abstract** Knowledge of dielectric properties(DPs) is essential for better understanding the heating behavior of argi-food materials when subjected to radio frequency(RF) or microwave heating. DPs are also important parameters for non-destructive quality inspection and classification of argi-food products. But it's difficult to measure them in particulate materials due to the air mixed in the powder. In order to obtain accurate DPs, nonfat dry milk with 3.34% moisture content and bulk density  $537.0 \pm 7.9 \text{ kg/m}^3$  was compressed into solid block with bulk density  $1243.2 \pm 18.4 \text{ kg/m}^3$  before measurement. Then the DPs of nonfat dry milk were calculated from the value of compressed samples using the Mixture Equations, which were Complex Refractive Index Mixture Equation (CRIME Equation), Landau and Lifshitz, Looyenga Equation (LLLE Equation), Bottcher Equation(BE Equation) and Lichtenegger Equation (LE Equation). Those DPs from four Mixture Equations were finally verified with a computer simulation model respectively. The simulation model had been validated with a 6 kW 27.12 MHz RF system. The result shows that the LE Equation is the most suitable for nonfat dry milk. Other argi-food particulate materials can also be conducted using this method. The developed computer model can further be used to study the effect of some important parameters such as sample size, position, shape, and DPs on RF heating of particulate materials.

**Key words** dialectic properties; radio frequency heating; Mixture Equations; numerical model

收稿日期: 2014-05-15

基金项目: “十二五”国家科技支撑计划资助项目(2012BAD31B09)

第一作者: 施火结, 博士研究生, E-mail: shj\_fjau@163.com

通讯作者: 张绍英, 教授, 博士生导师, 主要从事农产品和食品加工技术及装备研究, E-mail: cauzsy@cau.edu.cn

介电系数(Dielectric properties, DPs)是研究农产品和食品射频(Radio frequency, RF)、微波加热和无损检测的重要参数。DPs用于表征电介质中的束缚电荷对外加电场的响应特性。对于农产品和食品的DPs用 $\epsilon$ 表示,它是复数,包含介电常数 $\epsilon'$ 和介电损耗因数 $\epsilon''$ 2部分:

$$\epsilon = \epsilon' - j \cdot \epsilon'' \quad (1)$$

国内外对农产品和食品固、液体物料DPs的研究已有许多报道<sup>[1-6]</sup>,但对粉状物料DPs的研究较少,在玉米粉<sup>[7]</sup>、鹰嘴豆粉<sup>[8]</sup>、黄豆粉<sup>[9]</sup>和板栗粉<sup>[10]</sup>的研究中,只是研究了压缩成块后粉末的DPs,并作为玉米、鹰嘴豆、黄豆和板栗未磨粉前整个颗粒的DPs,这与未压缩(自然状态)的粉末DPs有很大差别。未经压缩的粉末与测量仪器同轴探头间存在空气,导致测量结果不准确,且DPs值较小,受测量系统自身误差的影响大,所以不适合直接测量。本研究拟以脱脂奶粉为研究对象,将奶粉压缩为块状排出间隙中的空气后测量其DPs,再根据DPs混合方程计算出粉末自然状态下的DPs,针对目前存在的几种DPs混合方程,研究适合将压缩奶粉DPs换算成未压缩(自然状态)奶粉DPs的混合方程,旨在将两相介质DPs混合方程应用到农产品和食品粉状物料DPs的测量上。

## 1 DP<sub>s</sub> 测量与混合方程

### 1.1 材料及方法

试验材料为脱脂奶粉(雀巢,Nestle carnation instant nonfat dry milk),主要成分及含量:蛋白质和碳水化合物分别为34.78、52.17 g/100 g,钾、钠、钙和磷分别为1.7、0.54、1.23和0.98 g/100 g。奶粉湿基含水率3.34%,水活度0.207±0.025,未压缩(自然状态)容积密度537.0±7.9 kg/m<sup>3</sup>,经压缩排出颗粒间隙中空气后的密度为1 243.2±18.4 kg/m<sup>3</sup>。DPs的测量采用终端开路同轴探头测量装置,该测量设备和测量方法详见文献[8]~[10]。脱脂奶粉的比热容在未压缩(自然状态)时,通过差示扫描量热法DSC(Differential scanning calorimetry)测定。DPs和比热容经2次测量,测量结果见表1。

### 1.2 DP<sub>s</sub> 混合方程

DPs混合方程通常用于计算两相介质混合物的DPs。主要有以下4个方程<sup>[11]</sup>:

1)CRIME方程(Complex refractive index mixture equation):

$$\epsilon^{\frac{1}{2}} = v_1(\epsilon_1)^{\frac{1}{2}} + v_2(\epsilon_2)^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

2)LLLE方程(Landau and lifshitz, looyenga equation):

$$\epsilon^{\frac{1}{3}} = v_1(\epsilon_1)^{\frac{1}{3}} + v_2(\epsilon_2)^{\frac{1}{3}} \quad (3)$$

3)BE方程(Bottcher equation):

$$\frac{\epsilon - \epsilon_1}{3\epsilon} = v_2 \frac{\epsilon_2 - \epsilon_1}{\epsilon_2 + 2\epsilon} \quad (4)$$

4)LE方程(Lichtenecker equation):

$$\ln \epsilon = v_1 \ln \epsilon_1 + v_2 \ln \epsilon_2 \quad (5)$$

式中: $\epsilon$ 表示粉末的DPs; $\epsilon_1$ 表示空气的DPs, $\epsilon_1=1$ ; $\epsilon_2$ 表示压缩粉末的DPs; $v_1$ 和 $v_2$ 分别表示未压缩(自然状态)的粉末中空气和粉末颗粒的体积百分比, $v_1+v_2=1$ , $v_1$ 等于未压缩(自然状态)粉末的孔隙率 $e$ ,孔隙率根据式(6)计算<sup>[11]</sup>。

$$e = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_m} \quad (6)$$

式中: $\rho_a$ 表示未压缩(自然状态)粉末的密度; $\rho_m$ 表示压缩粉末的密度。

## 2 RF电磁-热场耦合分析数值模型

### 2.1 理论原理

#### 2.1.1 RF电磁理论

在RF电磁-热场耦合计算中,为确定功率密度和物料的温度,需要计算电场的分布,电场是更复杂的电磁场的一部分。在物料是各向同性、线性和同质的条件下,电磁场用麦克斯韦旋度方程表达<sup>[12]</sup>:

$$\nabla \times E = -\mu \frac{\partial}{\partial t} (H) \quad (7)$$

$$\nabla \times H = (\epsilon \frac{\partial}{\partial t} + \sigma) E \quad (8)$$

$$\nabla \cdot D = \rho_c \quad (9)$$

$$\nabla \cdot H = 0 \quad (10)$$

式中: $\nabla \cdot$ 为散度算符, $\nabla \times$ 为旋度算符; $E$ 为电场强度; $\mu$ 为磁导系数; $H$ 为磁场强度; $\sigma$ 表示电导率; $D$ 为电通量密度; $\rho_c$ 为电荷密度。各物理量均使用国际标准单位。

由于27.12 MHz的RF波波长约为11 m,远大于两极板间距,所以可用准静态法求解麦克斯韦方程<sup>[13]</sup>,从而转化为更简单的拉普拉斯方程计算:

$$\nabla \cdot [(\sigma + j \cdot 2\pi f \epsilon_0 \epsilon') \nabla U] = 0 \quad (11)$$

式中:  $j = \sqrt{-1}$ ;  $f$  为频率;  $U$  表示电动势,  $E = -\nabla U$ ;  $\epsilon_0$  为真空介电常数  $8.854 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ 。

## 2.1.2 RF 加热传热学原理

RF 加热农产品和食品时,在物料内部的热传导方程为

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (k \nabla T) + Q \quad (12)$$

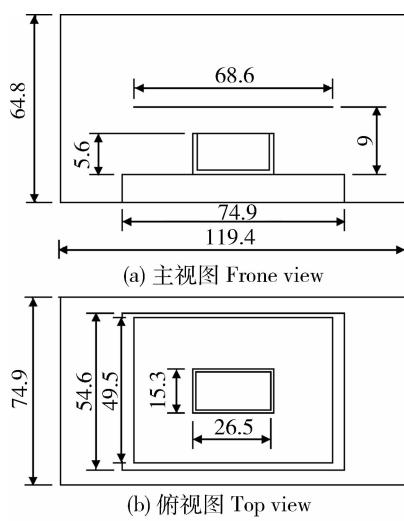
式中:  $\rho$  为物料密度,  $\text{kg/m}^3$ ;  $C_p$  为比热容,  $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ ;  $k$  为热导率,  $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ;  $T$  为温度,  $\text{K}$ ;  $t$  为时间,  $\text{s}$ ;  $Q$  为热源功率密度,  $\text{W}/\text{m}^3$ ,  $Q$  由 RF 电磁能产生,通过式(13)计算得<sup>[14]</sup>:

$$Q = 2\pi f \epsilon_0 \epsilon'' E^2 \quad (13)$$

## 2.2 数值计算模型的建立

采用多物理场耦合分析的有限元商业软件 COMSOL Multiphysics (V4.3, COMSOL Multiphysics, Burlington, MA, US) 建立方程(11)~(13)的数值求解模型。软件运行工作机配置为 CPU i7-2600、3.4 GHz 四核处理器, 内存 16 GB, 操作系统 Windows 7, 64 位。

RF 系统加热腔及物料尺寸见图 1。物料放置于下极板中心位置, 加热腔炉壁设置为电隔绝  $\nabla \cdot E = 0$  和热隔绝  $\nabla T = 0$ 。下极板电压为 0, 上极板电压为 3 000 V, 初始温度和环境温度设置为 21 °C。两极板间距为 90 mm。



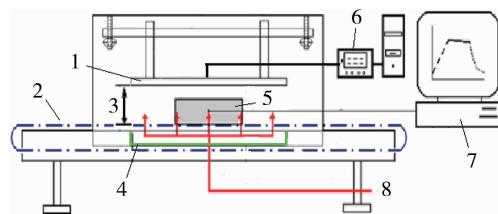
尺寸单位为 cm Dimensions are in cm

图 1 数值模型中 RF 系统加热腔及物料尺寸

Fig. 1 Dimensions of a 6 kW, 27.12 MHz RF system used in simulations

## 2.3 试验验证

RF 加热系统采用自由振荡式系统 (COMBI 6-S, Strayfield International Limited, Wokingham, UK), 额定功率 6 kW, 频率 27.12 MHz。系统主要由 RF 波发生器、可调间距的上下平行极板、加热腔、光纤在线温度监测仪、传送带和冷/热风输送部分等组成(图 2)<sup>[15]</sup>。



1. 高度可调上极板 Adjustable top electrode; 2. 传送带 Conveyor belt; 3. 极板间距 Electrode gap; 4. 下极板 Bottom electrode; 5. 样品 Sample; 6. RF 波发生器 RF generator; 7. 光纤温度传感器 Fibre optic sensors; 8. 冷/热风进口 Cool/hot air inlet

图 2 中试规模的 RF 系统原理图

Fig. 2 Schematic view of the pilot-scale 6 kW, 27.12 MHz RF system

物料 RF 加热过程中, 通过光纤温度传感器 (UMI, FISO Technologies Inc., Saint-Foy, Quebec, Canada) 实时获取监测点温度值, 从而获得 RF 加热过程物料温度变化情况。加热结束后立即将物料置于红外热成像照相机下 (Thermal CAM™ SC-3000, N. Billerica, MA, US) 进行表面温度采集。每幅热成像图存储着物料表面各点温度值, 通过 SigmaPlot(v12, Systat Software Inc.) 求取温度等值线图, 再与 COMSOL 模型计算出的温度分布图进行比较验证模型的正确性, 从而确定出准确的 DPs。

## 3 结果与分析

### 3.1 DPs 测量值及计算值

将未压缩(自然状态)脱脂奶粉的容积密度和压缩后的密度, 代入式(6)计算出孔隙率  $e = 0.568$ 。压缩后奶粉块的 DPs 测量值, 以及未压缩(自然状态)脱脂奶粉的比热容测量值见表 1。

将表 1 中的 DPs 测量值代入式(2)~(5), 得到未压缩(自然状态)脱脂奶粉的 DPs 计算值(表 2)。DPs 混合方程为复数方程, 通过数学工具软件 MATLAB 求解。可见: LLIE 方程和 BE 方程的 DPs

表1 脱脂奶粉压缩后DPs及未压缩(自然状态)比热容的测量值

Table 1 Dielectric properties of compressed nonfat dry milk and specific heat capacity of uncompressed nonfat dry milk

温度 T/℃ Temperatures	介电常数 $\epsilon'$ Dielectric constant	损耗因数 $\epsilon''$ Loss factor	比热容 $C_p$ /(J/(kg·K)) Specific heat capacity
20	5.66±0.29	3.84±0.12	1 487.83±37.28
25	5.37±0.19	3.45±0.24	1 533.51±33.35
30	5.62±0.14	4.13±0.15	1 578.14±31.35
35	5.66±0.15	4.29±0.21	1 618.32±34.45
40	6.17±0.25	5.06±0.24	1 667.13±31.72
45	5.86±0.16	4.46±0.16	1 719.93±31.77
50	5.92±0.12	3.87±0.13	1 791.17±26.31
55	6.58±0.20	4.67±0.21	1 958.48±36.28
60	6.57±0.18	3.81±0.11	2 588.28±17.42

注:DPs为27.12 MHz的测量值。Note:DPs are measured at 27.12 MHz.

表2 未压缩(自然状态)脱脂奶粉DPs的混合方程计算值

Table 2 Estimated dielectric properties of uncompressed nonfat dry milk using different Mixture Equations

温度 T/℃ Temperatures	混合方程 Mixture Equations			
	CRIME	LLLE	BE	LE
20	2.61-1.10 j	2.47-0.91 j	2.45-0.89 j	2.21-0.58 j
25	2.52-0.99 j	2.39-0.83 j	2.38-0.81 j	2.16-0.54 j
30	2.61-1.18 j	2.47-0.97 j	2.46-0.95 j	2.22-0.62 j
35	2.62-1.22 j	2.49-1.01 j	2.47-0.98 j	2.24-0.64 j
40	2.78-1.41 j	2.63-1.15 j	2.61-1.13 j	2.34-0.71 j
45	2.68-1.26 j	2.54-1.03 j	2.52-1.01 j	2.27-0.65 j
50	2.68-1.09 j	2.53-0.90 j	2.51-0.88 j	2.25-0.57 j
55	2.88-1.29 j	2.70-1.06 j	2.68-1.03 j	2.37-0.64 j
60	2.85-1.06 j	2.67-0.87 j	2.65-0.85 j	2.33-0.54 j

较为接近,二者只选其一应用到RF加热数值模型中;CRIME方程和LE方程的DPs与其有较明显差别,二者均应用到RF加热数值模型中。

### 3.2 数值模型分析结果

#### 3.2.1 网格划分及求解时间

数值模型采用四面体自由网格划分。

COMSOL软件自由网格划分共有5个精度级别,分别为普通、精细、较精细级、超精细和特别精细。模型通过采用不同精度级别进行计算,得出超精细级别和特别精细级别计算结果相近,但计算时间仅为后者的1/2左右,约为15 min。因此,物料采用超精细级别,同时为节约计算机资源,把模型

中计算精度要求较低的其余部分设置为较精细级别。

### 3.2.2 数值模型计算图与红外热成像图对比及各指标分析

由DPs(表2)与比热容、热导率( $k=0.08$ )组成3组参数,分别称为CRIME、LLLE/BE和LE方程系数组,将其分别代入RF加热数值模型中,并对模

型进行仿真加热80、100和120 s,得到物料上表面温度的最小值( $T_{\min}$ )、最大值( $T_{\max}$ )和平均值( $T_{\text{Avg}}$ ) (表3)。其中,LE方程系数组代入数值模型的加热速率为 $0.267^{\circ}\text{C}/\text{s}$ (图3(a))与试验的加热速率 $0.285^{\circ}\text{C}/\text{s}$ 最接近(图3(b));且仿真加热80、100和120 s后,物料上表面数值计算结果(图4(a))和试验结果(图4(b))较吻合,加热模式相似。

表3 脱脂奶粉采用不同系数组仿真加热80、100和120 s后上表面的温度

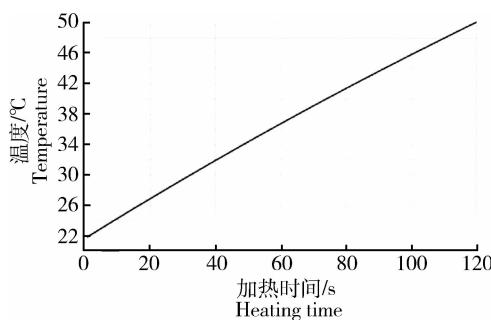
Table 3 Maximum, minimum and average values of temperature on the top surface of nonfat dry milk after radio frequency simulated heating for 80s, 100s and 120s respectively

°C

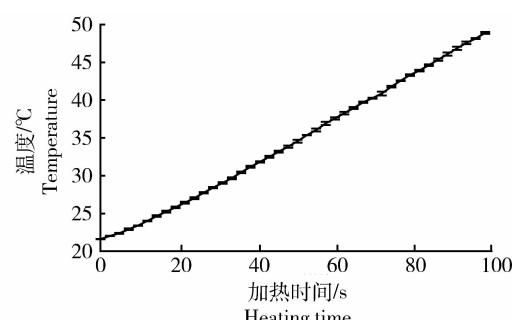
加热时间 $t/\text{s}$ Heating time	系数组 1 Coefficient set 1			系数组 2 Coefficient set 2			系数组 3 Coefficient set 3		
	$T_{\min}$	$T_{\max}$	$T_{\text{Avg}}$	$T_{\min}$	$T_{\max}$	$T_{\text{Avg}}$	$T_{\min}$	$T_{\max}$	$T_{\text{Avg}}$
	80	28.3	44.0	41.5	26.7	41.2	38.6	25.3	37.4
100	30.3	49.0	45.9	28.3	45.6	42.4	26.6	41.1	38.3
120	32.3	53.7	50.0	30.0	49.8	46.0	28.0	44.6	41.3

注:系数组主要为比热容、热导率和DPs组成,其中系数组1、2和3的DPs分别由CRIME方程、LLLE/BE方程和LE方程计算得出。

Note: Coefficient sets consist mainly of specific heat capacity, thermal conductivity and DP. DP of set 1 to 3 are estimated from CRIME, LLLE /BE and LE Equations respectively.



(a) 数值计算 Simulation



短横线表示标准偏差,3次重复。  
Bars indicate the standard deviation  
from three duplicate.  
(b) 试验 Experiment

图3 脱脂奶粉RF加热数值计算和试验时间-温度图

Fig. 3 Time-temperature histories of RF heated nonfat dry milk in simulation and experiment

## 4 讨论与结论

从脱脂奶粉RF加热数值计算和试验的加热速率、表面温度大小及加热模式的对比得出:LE方程系数组的数值计算结果与试验结果最吻合。同时,从表3可以看出,LE方程系数组和CRIME、LLLE/BE方程系数组的数值计算结果有较明显差

别。由于3个系数组中,除了DPs不同,其他的系数及尺寸参数均相同,因此DPs是引起数值计算结果不同的原因,从而可以通过数值模型的计算结果与试验结果的对比中,确定4个DPs混合方程的最佳计算方程,即LE方程。

文献[11]通过DPs混合方程研究了面包的DPs,采用将面包压缩至多种不同密度后,测量其

DPs 并与混合方程的计算值进行对比的方法,确定了面包 DPs 中介电常数用 LE 方程计算,介电损耗因数用 LLLE 方程计算。由于低水分的粉状物料难以压制出多种具有明显区别的密度,当压缩程度小,仍然存在空气会影响测量结果,因此该方法不适合于粉状物料,并且此方法与本研究从农产品和食品 DPs 的主要应用——介电加热验证粉状物料 DPs 正确性的方法不同。研究结果均采用 LE 方程

计算介电常数,但介电损耗因数采用不同混合方程。其原因既有可能是不同研究方法造成,也有可能是面包和粉末这 2 种物料差别较大引起的。

另外,从本研究的数值计算和试验结果可以看出,RF 加热农产品和食品粉状物料存在加热不均匀的问题,本研究所建立的数值模型可进一步应用于对农产品和食品 RF 加热机理及均匀性的研究中。

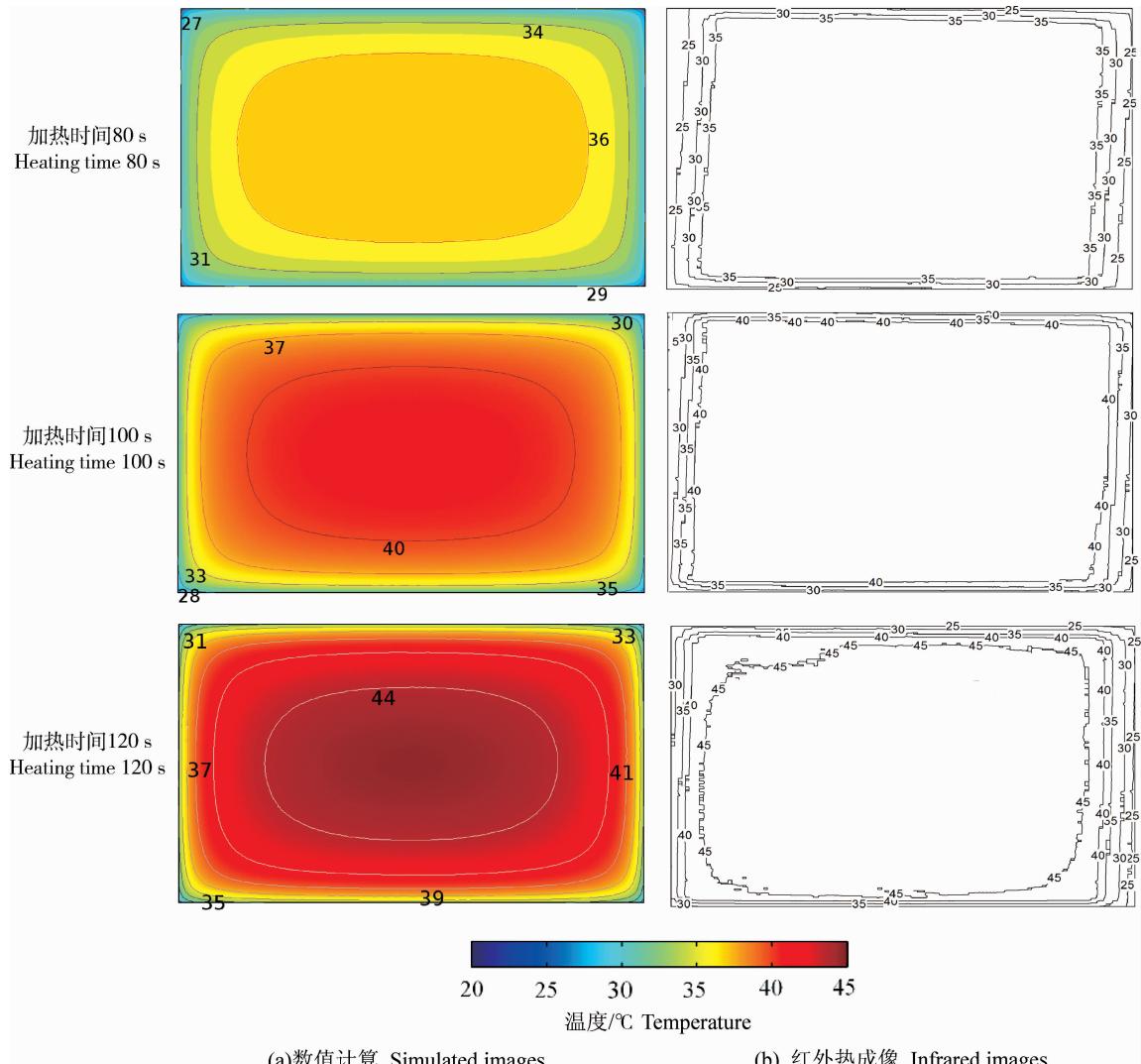


图 4 脱脂奶粉 RF 加热 80、100 和 120 s 的数值计算和红外热成像图

Fig. 4 Simulated and infrared temperature distributions while RF heated nonfat dry milk for 80, 100 and 120 s

Biosyst Eng, 2004, 88(1): 1-18

- [2] Wang Y, Zhang L, Gao M. Temperature and moisture-dependent dielectric properties of macadamia nut kernels[J]. Food Bioprocess Tech, 2013, 6(2): 165-2176
- [3] Zhang W, Liu F, Nindo C, et al. Physical properties of egg

## 参 考 文 献

- [1] Venkatesh M S, Raghavan G S V. An overview of microwave processing and dielectric properties of agri-food materials[J].

- whites and whole eggs relevant to microwave pasteurization [J]. *J Food Eng*, 2013, 118(1): 62-69
- [4] Jiao S, Johnson J A, Tang J, et al. Dielectric properties of cowpea weevil, black-eyed peas and mung beans with respect to the development of radio frequency heat treatments[J]. *Biosyst Eng*, 2011, 108(3): 280-291
- [5] Peng J, Tang J, Jiao Y, et al. Dielectric properties of tomatoes assisting in the development of microwave pasteurization and sterilization processes[J]. *LWT-Food Sci Technol*, 2013, 54 (2): 367-376
- [6] 吕俊峰, 郭文川, 于修烛. 高温处理对食用调和油微波介电特性与品质的影响[J]. *农业机械学报*, 2010, 41(10): 148-151
- [7] 斯志强, 王顺喜, 韩培. 频率、温度和含水率对玉米介电性能的影响[J]. *中国农业大学学报*, 2011, 16(4): 141-147
- [8] Guo W, Tiwarib G, Tang J, et al. Frequency, moisture and temperature-dependent dielectric properties of chickpea flour [J]. *Biosyst Eng*, 2008, 101(2): 217 -224
- [9] Guo W, Wang S. Temperature and moisture dependent dielectric properties of legume flour associated with dielectric heating[J]. *LWT-Food Sci Technol*, 2010, 43(2): 193-201
- [10] Zhu X, Guo W, Wu X, et al. Dielectric properties of chestnut flour relevant to drying with radio-frequency and microwave energy[J]. *J Food Eng*, 2012, 113(1): 143-150
- [11] Liu Y, Tang J, Mao Z. Analysis of bread dielectric properties using mixture equations[J]. *J Food Eng*, 2009, 93(1): 72-79
- [12] Chan T V, Tang J, Younce F. 3-Dimensional numerical modeling of an industrial radio frequency heating system using finite elements[J]. *J Microwave Power EE*, 2004, 39 (2): 87-106
- [13] Metaxas A C. Foundations of electroheat-A unified approach [M]. New York: John Wiley & Sons, 1996
- [14] Choi C T, Konrad A. Finite-element modeling of the RF heating process[J]. *IEEE T MAGN*, 1991, 27(5): 4227-4230
- [15] Wang S, Tiwari G, Jiao S, et al. Developing postharvest disinfestation treatments for legumes using radio frequency energy[J]. *Biosyst Eng*, 2010, 105(3): 341-349

责任编辑: 刘迎春