可离散有限元法模拟混凝土构件破坏过程

袁丽徐春晖*杨薇 (中国农业大学理学院,北京100083)

摘 要 利用 Munjiza 的可离散有限元法(FE/DEM)二维 Y2D 程序,对混凝土梁中点和混凝土短柱受轴向冲击进 行数值模拟;并考察程序的局限性。结果表明:混凝土梁的开裂位置与 ANSYS 软件预测的高应力区吻合,混凝土 短柱裂纹的产生、发展、破裂和破碎各阶段的形态合理,Y2D 程序能够预测连续固体向非连续体转变的全过程;程 序存在无法施加集中力载荷以及位移载荷等局限性,不适于应用性计算,需要完善及改进。 关键词 混凝土;破坏;有限元;离散元 中图分类号 0347.3 文章编号 1007-4333(2011)01-0118-06 文献标志码 A

FE-DEM simulation of failure process of concrete specimens

YUAN Li, XU Chun-hui*, YANG Wei

(College of Science, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract With Munjiza's 2-d code Y2D based on the so-called combined finite-discrete element method (FE/DE), two examples, i. e. rupturing of a concrete beam under transverse impact and fracturing of a concrete column under axial impact, were simulated. It illustrated that, the cracking pattern in the former example is coincided with the high stress bands in the contour chart predicted by ANSYS, and the patterns of cracking, crack propagation, fracturing and multi-fracturing of the column in the later example were in general rational. Thus it is verified that the FE/DE method enables to predict the process from a solid continuum to discontinuum. Limitations of the code were also discussed. Key words concrete; rupture; finite element method; discrete element method

脆性固体材料在自然界和工程中广泛存在,如 天然岩石、黏土和土木工程中的混凝土等。研究脆 性固体破裂破碎问题不仅科学意义重大,而且在应 用方面更具有特殊价值,如:我国是地震高发地区, 而地震是涉及地壳板块之间碰撞和剪切作用的复杂 动力学过程,数值求解固体破裂破碎问题将有助于 地壳应力场分析和震前的多因素综合分析和预测。

脆性固体破碎是从连续体转变为非连续体的物 理过程。目前连续体力学的数值方法已较成熟,有 限元法^[1]应用最为普遍,用于求解由偏微分方程控 制的连续应力场问题;非连续固体系统的数值方法 普遍采用离散元法^[2-3],用于求解离散体碰撞的接 触——运动问题。从连续体转变为非连续体的困难 在于多裂纹的产生、发展和破碎的子块碰撞以及后 续破碎破坏了用连续函数控制的物理场的格局,这 带来了数学模型和算法的一系列困难,各种探索仍 在继续,迄今尚未成熟。

Munjiza^[4-5]首先提出解决固体破裂破碎数值方法,称之为"组合有限元-离散元法 (combined finitediscrete element method,FE/DEM)",并公开了二 维程序 Y2D,其后又取得了新的进展^[6]。Owen 等^[7-10]对该方法进行了研究及改进,同时将相关的 显式计算模块加入到 Rockfield 软件公司研制的有 限元-离散元软件包 Elfen 中,成功地模拟了许多重 要结构物的多重破碎(multi-fracturing)问题。

Munjiza 与 Owen 的研究方向一致,其共性都

收稿日期: 2010-05-28

基金项目:国家自然科学基金资助项目(10872214)

第一作者: 袁丽,硕士研究生, E-mail: katsu_000@163. com

通讯作者:徐春晖,副教授,博士,主要从事散体力学和断裂力学研究,E-mail:xuchunhui_cau@163.com

是以有限元法为基本框架,引入损伤力学概念和破裂准则确定单元开裂,再采用离散元技巧处理破裂的子块间的接触——碰撞行为和继发的破碎,始终都保留着有限元的基本特征,因此本研究在术语上采纳 FE/DEM 的提法,中文表述暂定为"可离散有限元法",其用意主要是与离散元法和有限元法的其他耦合方式相区别,后者的耦合方式可能是连续体的料仓按有限元,而仓内颗粒群按离散元处理,也可能是连续体中的非破坏部分按有限元而把爆裂部分按离散元处理。

我国在脆性固体破裂数值计算方面的研究各具 特色。陈伟等^[11]提出允许变形及断裂的三维块体 离散元计算方法处理岩石力学问题;侯艳丽等^[12-13] 提出了可变形三维离散元法,以离散元为基础并引 入有限元概念和损伤力学分析准脆性材料的变形和 破裂;梁正召等^[14-15]以有限元法为基础,引入细观损 伤软化模型并考虑脆性材料的非均匀性,发展了一 套分析岩石和混凝土的三维破裂的数值方法。

在可离散有限元方面,李艳洁^[16-17]在国内首次 使用 Elfen 软件实现了对土壤破碎的模拟。本研究 拟采用 Munjiza 方法和 Y2D 程序对简单的混凝土 梁以及混凝土短柱受冲击作用下的破裂问题进行数 值模拟,以考察程序的正确性、合理性以及局限性。

1 数学物理模型

1.1 动力有限元法

FE/DEM 采用有限元法动力学问题的显式算法,运动方程为:

$$M\ddot{\mathbf{x}}(t) + C\dot{\mathbf{x}}(t) + K\mathbf{x}(t) = \mathbf{Q}(t)$$
(1)

式中:x(t), $\dot{x}(t)$ 和 $\ddot{x}(t)$ 分别为系统节点的位移向 量、速度向量和加速度向量;M,C,K和Q(t)分别为 系统的质量矩阵、阻尼矩阵、刚度矩阵和节点载荷向 量,分别由各单元矩阵和节点力向量集成。方程(1) 采用显式中心差分法求解出节点位移向量x(t)后, 即可求出单元应变 $\varepsilon(t)$ 和应力 $\sigma(t)$ 。

1.2 虚拟裂缝模型

在 Munjiza 方法中,混凝土材料的开裂采用虚 拟裂缝模型。该模型假定,当应力达到材料的抗拉 或抗剪强度后,生成的裂缝并不像真裂缝完全脱开, 而是裂缝两边仍存在应力作用。这种裂缝间的粘结 应力取代了微裂缝区材料间仍保留着的联系,故称 为虚拟裂缝。根据这一模型,裂缝间的粘结应力随 虚拟裂缝张开度的增加而减小,应力减小到0的点即认为是宏观裂缝的端点(图1)。





虚拟裂缝间粘结应力的规律由混凝土样本的单 轴拉伸实验确定。图 2 为典型的应力-应变曲线,其 中 A 部分应力随应变的增大而单调增大,而 B 部分 则单调减小,为应变软化阶段。由测定的材料应力-应变曲线可以得到应力-虚拟裂缝张开度曲线σ-ω 表现材料的软化行为,为简化计算将曲线下降段简 化为一直线或双折线(图 3)^[12],应力-裂缝张开度曲 线下的面积定义为材料的断裂能 G_f,是反映材料破 裂特性的重要参数。





Y2D 程序中,模型网格的划分采取双节点编号 系统,即各单元都有自己固有的节点号,而没有共用 的节点号。相邻单元之间在坐标相同的同一节点位 置有 2 个或多个节点号。加载开始后,节点应力未 达到抗拉强度 f_t 前,两相邻单元重合的双节点间的 距离(虚拟裂缝张开度)为0,即 $\omega = 0$ 。当节点应力 超过抗拉强度时,处于同一位置的双节点开始分离,



图 3 线性/双线性应变软化应力-裂缝宽度曲线

Fig. 3 Linear/bilinear strain-softening curves: stress versus virtual crack opening width

即虚拟裂缝张开,裂缝宽度大于 0。此时双节点并 没有完全脱开,而是存在一定的粘结应力,其大小按 照所取的 $\sigma \omega$ 曲线确定。当 ω 达到临界值 ω 。时,双 节点完全分开,形成真实的裂缝。

1.3 接触力学原理

在连续固体破裂为不连续的子块后,各子块体 都包含一定数量的单元,根据位于破裂面两侧2个 子块内原本邻接的单元边界之间的相互叠合量,可 以采用罚函数法计算出相互的接触力,而后将接触 力转化为等效节点力。在叠合面积上的接触力积分 等价于在重合边界上的积分,因此接触力可表示为:

$$\boldsymbol{f}_{c} = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \int_{\Gamma_{\beta_{ci}} \cap \beta_{ij}} \boldsymbol{n}_{\Gamma_{\beta_{ci}} \cap \beta_{ij}} (\varphi_{ci} - \varphi_{ij}) d\boldsymbol{\Gamma} \quad (2$$

式中: Γ 为重叠区域边界; $n_{\Gamma_{\beta_c \cap \beta_t}}$ 为重叠区域边界的 外法向向量; β_c 和 β_t 分别为主动接触子块和被动接 触子块; φ_c 和 φ_t 分别为其势能函数; m 和 n 分别为 主动子块和被动子块包含的单元总数。采用线性三 角形单元时, 被动单元施加在主动单元一条边 AB 上的总接触力可以用此边界上势能的积分表示:

$$\boldsymbol{f}_{c,AB} = \frac{1}{\boldsymbol{u}^2} \boldsymbol{u} \int_0^L p \varphi(v) \, \mathrm{d}v \tag{3}$$

式中: φ 为势能函数;L为单元重合边界边长;p为 罚系数项。

2 Y2D 程序简介

Y2D 程序的 FE/DEM 计算模型和算法采用 C 语言编写,图形模块采用 C++。前、后处理部分相 对简单,只能生成均匀网格,且要求在数据文件中给 出全部节点和单元信息。为避免烦琐笔者自编了接 口程序,使得相应的单元节点拓扑关系能自动生成。 Y2D 程序算法流程见图 4。



图 4 Y2D 程序算法流程图

Fig. 4 Flow chart of Y2D program

3 典型混凝土构件冲击试验模拟

本研究选择混凝土受冲击作用的 2 个算例对 Munjiza 方法及其 Y2D 程序进行考察。作为对 FE/DEM 的初步研究,主要采用唯象性观察的方 法,考察裂纹产生和扩展的合理性以及方法和程序 的局限性。

3.1 四点对称支撑混凝土梁受冲击载荷的数值试验

算例 1:四点支撑混凝土梁受冲击的几何模型 见图 5。正方形冲击块以 5.0 m/s 的速度向下冲击 混凝土梁的中点,冲击块与梁上表面无间隙,各项材 料参数见表 1。

分别采用粗分网格和细分网格剖分几何模型, 采用 Y2D 程序进行数值计算,得到四点支撑中点受 冲击载荷混凝土梁的破碎形态(图 6)。无论粗分网 格还是细分网格,破裂面都左右对称,表明程序无技 术性错误;而且,二者的破碎形态大体一致:首先,在 对称面上开裂处是下口张开,表示属于拉应力破坏;



图 5 四点对称支撑混凝土梁受冲击几何模型



其次,在梁的中段两侧有对称的"八"字形斜裂缝破裂面,这与许多岩石或混凝土墙受弹丸高速冲击而 形成的喇叭口形穿透孔洞相似;而在两侧各两点支 撑的约束处,反向力矩导致近两端处出现上部开裂。 比较疏、密网格下的破碎形态图可以看出,细分网格 下的破裂面和破碎形态更符合实际,如冲击物底面 下梁局部出现压裂缝,"八"字形破裂面比粗分网格 明显外移,以及更多细微裂缝的出现。这些共同点 和不同点都说明了 Munjiza 的方法在理论和算法是 合理的,在技术上 Y2D 程序是可应用的。

表 1 混凝土梁与冲击块的材料特性参数

Fable 1	Physical	properties	of	concrete	beam	and	impactor
rabre r	1 II Joroar	properties	· · ·	001101 010	Dogin	c.r.r.c.	inpactor

材料	密度/(kg/m ³)	弹性模量/GPa	泊松比	抗拉强度/MPa	抗剪强度/MPa	断裂能/(J/m ²)	罚系数/Pa
混凝土梁	2.34 $\times 10^{3}$	26	0.18	3.15	3.15	3×10^2	1×10^{11}
冲击块	3.00×10^{4}	210	0.30	3.15	3.15	3×10^{12}	1×10^{11}



(a) 粗分单元与破碎形态



(b) 细分单元与破碎形态

图 6 四点对称支撑混凝土梁网格及破碎形态

Fig. 6 Mesh and fracture pattern of the 4-point symmetrically supported concrete beam

为了将 FE/DE 方法与常规有限元法进行比较,以同样的材料参数及相同的约束条件,利用 ANSYS软件模拟四点支撑梁的冲击问题,得到细 分网格下的等效应力分布云图(图 7)。很显然常规



有限元法根本无法预测材料的破裂问题,但也可以 看出应力集中的部位和高应力区与图6的破裂起点 和裂纹走向基本吻合。

3.2 混凝土短柱受轴向冲击的模拟

算例 2:混凝土短柱受轴向冲击问题几何模型 见图 8,材料参数与算例 1 相同(表 1)。方形冲击 块以 10.0 m/s 的初始速度冲击混凝土短柱上表面。 混凝土短柱上下表面与冲击块和基座面保持光滑接 触,即不限制其侧向位移。

采用细分网格,程序计算得到混凝土短柱在冲击过程中不同时刻的破裂-破碎形态(图 9)。可以 看出,冲击开始后不久(图 9(a)),冲击块稍微嵌入 混凝土短柱体,短柱体发生很小的压缩变形,并且对



单位: mm

图 8 混凝土短柱受轴向冲击几何模型

Fig. 8 Geometry of concrete bar under impact

称地产生中部的2条纵向裂纹、下部的3条纵向裂 纹和侧面上部的2条斜向裂纹;随着冲击作用的继 续(图9(b)),中部和下部的裂纹继续扩展延伸和形 成可见缝隙,冲击块嵌入短柱体加深引起的应力集 中导致两肩部新裂纹的产生和局部破碎;随着冲击 作用的加强(图9(c)),裂纹大面积产生和发展,缝 隙扩大并在两肩部发生破碎和少量碎块脱离母体, 横向显著变形;在最后阶段(图9(d)),短柱体全面 的破碎并产生更多崩溅的碎块。

通过算例 2 可以看出,尽管 Y2D 程序是 Munjiza 较早的成果,相关模型和算法还有一些瑕 疵和需要商榷、改进的地方,但其对混凝土短柱体受 冲击作用过程模拟所得到的裂纹产生、发展、破裂和





破碎的4个阶段所展示出破裂破碎形态,总的来说符合脆性固体受力、变形和破坏的特征,已经显示出FE/DEM方法的独特优越性,这是常规有限元法无法解决的。Munjiza的理论和算法是合理的,技术上也是可应用的。

3.3 算法和程序的局限性讨论

Munjiza 提出的 FE/DEM 方法是脆性材料固体力学数值研究的新方法,Y2D 程序给研究者提供 了熟悉该方法的途径,但 Y2D 程序还存在很大的局限性,与商业软件相比还有较大差距:不适于应用性 计算,需要进一步的完善和改进。例如,只有等边直 角三角形一种单元形式,无法直接施加集中和分布 载荷,无法控制位移实现加载,无法在节点或单元上 直接施加约束,只能设置密度极大的小三角形单元 使之保持在固定位置等。同时,从 Y2D 程序输出数 据进行定量分析研究也还存在相当的困难。

4 结束语

Munjiza 提出的 FE/DE 方法结合了有限元法 和离散元法的优势,可以成功地数值模拟连续固体 转变为非连续固体的全过程,比较合理地揭示了裂 纹产生、发展、破裂和破碎各阶段的形态,为定量分 析和工程应用提供了参考。自 Munjiza 首创 FE/ DEM 方法以来,相关研究进展显著,但是,有限元显 式法计算有限变形问题本身就非常复杂,要准确预 测破裂破碎就更难;而且,岩土工程材料种类繁多, 力学性能分散、破坏形式多样。因此距离准确的数 值计算还比较遥远。只有针对不同研究背景,选用 合理的本构模型和破裂失效准则,不断改进离散块 干这一问题较圆满的解决。

致谢 本研究得到伦敦 Queen Marry 大学 A. Munjiza 教授的热情指导;英国 Swansea 大学 D. R. J. Owen 教授和冯云田教授在交流合作中给予诚挚 帮助。谨致谢意!

参考文献

- Zienkiewicz O C, Taylor R L. 有限元方法 [M]. 5 版. 庄茁, 岑
 松,译. 北京:清华大学出版社,2006
- [2] Cundall P A. A computer model for simulating progressive large scale movements in blocky system [C] // Balkama A A. Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics. Rotterdam:ProQuest-CSA, 1971;8-12
- [3] 王泳嘉,邢纪波.离散元法及其在岩土力学中的应用[M].沈 阳:东北工学院出版社,1991
- [4] Munjiza A, Owen D R J, Bicanic N. A combined finite-discrete element method in transient dynamics of fracturing solids[J]. Int J Engng Comput,1995,12:145-174
- [5] Munjiza A. The combined finite-discrete element method [M]. New York: John Wiley & Sons, 2004
- [6] Munjiza A, Bangash N, John W M. The combined finitediscrete element method for structural failure and collapse[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2004, 71:469-483
- [7] Owen D R J, Feng Yun-tian, Klerck P A, et al. Computational stategies for discrete systems and multi-fracturing materials
 [J]. Engineering Mechanics and Computation, 2001:135-146

- [8] Owen D R J, Feng Yun-tian. Parallelised finite/discrete element simulation of multi-fracturing solids and discrete systems[J]. Engineering computations, 2001, 18 (3/4): 557-576
- [9] Cottrell M G, Yu Jian-guo, Owen D R J. The adaptive and erosive numerical modeling of confined boron carbide subjected to large-scale dynamic loadings with element conversion to undeformable meshless particles [J]. International Journal of Impact Engineering, 2003, 28(9):1017-1035
- [10] Klerck P A.Sellers E J.Owen D R J. Discrete fracture in quasibrittle materials under compressive and tensile stress states
 [J]. Computer methods in applied mechanics and engineering, 2004,193(27/28/29): 3035-3056
- [11] 陈伟,李世海. 允许变形及断裂的三维离散元计算方法[J]. 岩 石力学与工程学报,2004,23(4):545-549
- [12] 侯艳丽, 砼坝-地基破坏的离散元方法与断裂力学的耦合模型 研究[D].北京:清华大学, 2005
- [13] 侯艳丽,张冲,张楚汉,等. 拱坝沿建基面上滑溃决的可变形离 散元仿真[J]. 岩土工程学报,2005,27(6):657-661
- [14] 梁正召,唐春安.岩石三维破裂过程的数值模拟研究[J].岩石 力学与工程学报,2006,25(5):931-936
- [15] 梁正召,唐春安.岩石三维破坏数值模型及形状效应的模拟研 究[J].岩土力学,2007,28(4):699-704
- [16] 李艳洁. 球颗粒流动与土壤破碎动力学的数值与试验方法研究 [D]. 北京:中国农业大学,2007
- [17] 李艳洁,徐泳.土壤试样单轴压缩试验与离散元法模拟对比研究[J].中国农业大学学报,2009,14(4):103-108

(责任编辑:刘迎春)