

## 混凝土局部破损梁损伤诊断的振动检测方法

赵亚平<sup>1</sup> 王书茂<sup>1</sup> 焦群英<sup>2</sup> 魏文军<sup>1</sup> 黄立明<sup>3</sup>

(1. 中国农业大学工学院, 北京 100083; 2. 中国农业大学理学院, 北京 100083;  
3. 中国铁路建筑工程集团北京分公司, 北京 100038)

**摘要** 为对钢筋混凝土梁进行动力破损评估,建立了钢筋混凝土梁的分离式有限元模型,推导了四节点矩形粘结单元的刚度矩阵。采用该模型计算了健康和局部破损梁的振动特性参数,计算结果与实际测试结果相吻合;计算及实际测试结果均表明,固有频率是进行钢筋混凝土梁损伤定性辨识的重要指标;曲率模态振型和应变模态振型对于钢筋混凝土梁的局部损伤较位移模态振型敏感。基于曲率模态振型和应变模态振型可以进行钢筋混凝土梁的局部损伤诊断。

**关键词** 钢筋混凝土; 结构动力分析; 有限元方法; 模态分析

中图分类号 O 327

文章编号 1007-4333(2005)03-0115-06

文献标识码 A

### Study on vibrational detection method for local concrete damage of a reinforced concrete beam

Zhao Yaping<sup>1</sup>, Wang Shumao<sup>1</sup>, Jiao Qunying<sup>2</sup>, Wei Wenjun<sup>1</sup>, Huang Liming<sup>3</sup>

(1. College of Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. College of Science, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

3. Beijing Filial, China Railway Construction Engineering Group, Beijing 100038, China)

**Abstract** A separated finite element model for mechanical analysis of a reinforced concrete beam (RCB) was established in this paper and a stiffness matrix with 4-node sticking units was deduced. The parameters of vibrational characteristics for healthy and broken RCBs were calculated by the model and the mode parameters of a real RCB were tested. The calculation result proved to be valid. The natural frequency of a RCB is an important indicator to discriminate a RCB is damaged or not. Both the calculated and tested results indicated that the curvature mode shape and the strain mode shape were more sensitive to local damage of a RCB than the displacement mode shape, which enabled them to be used for detection of local damage in a RCB.

**Key words** reinforce concrete; structural dynamic analysis; finite element method; modal analysis

钢筋混凝土承弯梁是土木工程结构的重要组成部分,其损伤的识别和监测对于确保整个结构安全,评估其服役状态具有重要意义。深入了解钢筋混凝土梁的振动特性,是采用动力破损评估法对其损伤进行辨识和监测的前提和基础。

钢筋混凝土结构损伤动力检测技术首先应用于桥梁工程,目前许多国家开展了这方面的研究,主要侧重于传感器的最优布置、数据采集与传输等。有

些研究已得到应用<sup>[1]</sup>,但在损伤动力检测机理和理论计算与实际测试结果对照等方面的研究尚不深入。

笔者采用有限元计算与振动模态测试相结合的方法,研究了钢筋混凝土健康梁及混凝土局部脱落破损梁(以下简称局部破损梁)的振动特性参数(固有频率、位移模态振型、应变模态振型及曲率模态振型等)与局部损伤的关系,提出了基于振动特性的局

收稿日期: 2004-12-01

作者简介: 赵亚平, 博士研究生; 王书茂, 教授, 博士生导师, 主要从事机械振动及故障诊断研究, E-mail: wangshumao @cau.edu.cn

部损伤诊断方法,并应用于实际梁的损伤检测。

### 1 钢筋混凝土梁振动分离式有限元模型

#### 1.1 分离式有限元模型单元分析

钢筋混凝土梁由2种不同性质的材料组成,应采用分离式有限元模型<sup>[2]</sup>,即把混凝土和钢筋作为不同单元,在其间设置模拟粘结力的粘结单元。考虑到梁受力变形的特点,本研究按平面问题处理。

1) 混凝土单元。混凝土单元采用四节点矩形单元,图1为局部坐标中的矩形单元。假设混凝土弹性模量为  $E_c$ 、泊桑比为  $\mu$ 、密度为  $\rho_c$ 、梁横截面宽度为  $t$ ,单元刚度矩阵  $k_c$  和质量矩阵  $m_c$  的表达式见文献<sup>[3]</sup>。

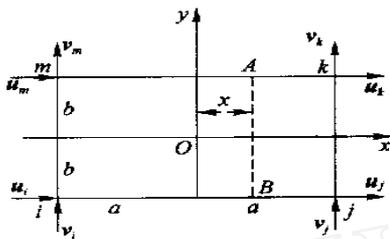


图1 局部坐标中的矩形单元

Fig. 1 Rectangle unit in local coordinate

2) 钢筋单元。钢筋单元采用杆线单元,图2示出局部坐标系中的杆线钢筋单元。设  $E_s$  为钢筋弹性模量,  $A_s$  为钢筋横截面积,钢筋单元刚度矩阵  $k_s$  的表达式见文献<sup>[4]</sup>,质量矩阵为

$$m_s = \int_{-a}^a \rho_s N_s^T N_s A_s dx = \frac{\rho_s A_s a}{3} \begin{bmatrix} 2I & I \\ I & 2I \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中:  $N_s$  为钢筋单元形函数矩阵<sup>[5]</sup>;  $I$  为二阶单位矩阵;  $\rho_s$  为钢筋密度。

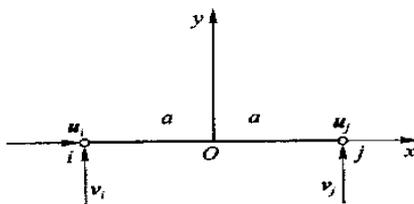


图2 局部坐标中的钢筋单元

Fig. 2 Reinforcing steel bar unit in local coordinate

3) 粘结单元。采用四节点矩形粘结单元(图1),粘结单元宽度  $b = 0$ 。单元节点位移列向量<sup>(e)</sup>  $= [u_i \ v_i \ u_j \ v_j \ u_k \ v_k \ u_m \ v_m]^T$ ,根据单元特点,位移插值函数矩阵形式

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = N_e \quad (e) =$$

$$\begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 & N_m \end{bmatrix} \quad (e)$$

其中:  $N_i = [(a-x)(b-y)]/(4ab)$ ,  $N_j = [(a+x)(b-y)]/(4ab)$ ,  $N_k = [(a+x)(b+y)]/(4ab)$ ,  $N_m = [(a-x)(b+y)]/(4ab)$ 。图1中位于上下层的A、B 2点的相对滑动位移列阵为

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u_A - u_B \\ v_A - v_B \end{Bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 & N_m & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 & N_m \end{bmatrix} \quad (e)$$

其中:  $N_i = -(a-x)/(2a)$ ,  $N_j = -(a+x)/(2a)$ ,  $N_k = (a+x)/(2a)$ ,  $N_m = (a-x)/(2a)$ 。

设  $k_h$  和  $k_v$  分别为单元沿  $x$  和  $y$  方向的刚性系数,缺乏实测数据时建议取  $k_h = 3.85 \times 10^6$  N/cm,  $k_v$  取一个很大的值,如  $k_v = 100 k_h$ <sup>[4]</sup>。由此单元上任意一点处的粘结力可以表示为

$$\begin{Bmatrix} P_x \\ P_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_h & 0 \\ 0 & k_v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = D \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

由虚位移原理可得四节点矩形粘结单元的刚度矩阵

$$[k_e] = \int_{-a}^a N_e^T D N_e dx = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2D & D & -D & -2D \\ D & 2D & -2D & -D \\ -D & -2D & 2D & D \\ -2D & -D & D & 2D \end{bmatrix} \quad (2)$$

#### 1.2 整体刚度矩阵和质量矩阵的组集

1) 健康梁。

健康钢筋混凝土自由梁的有限元单元划分见图3。单元分为7层,若每层  $n$  个单元,则共分为  $7n$  个单元;每层  $n+1$  个节点,共  $7n+7$  个节点。各层单元节点到结构节点的转换矩阵<sup>[6]</sup>分别为  $G_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, 7$ 。对各层刚度矩阵、质量矩阵进行组集得:

$$K_i = \int_l [G_i^{(l)}]^T k_i G_i^{(l)}, M_i = \int_l [G_i^{(l)}]^T m_i G_i^{(l)},$$

其中:  $i = 1$  时,  $k_i = k_{c1}$ ,  $m_i = m_{c1}$ ;  $i = 2, 4$  时,  $k_i = k_e$ ;  $i = 3$  时,  $k_i = k_s$ ,  $m_i = m_s$ ;  $i = 5, 6, 7$  时,  $k_i = k_{c2}$ ,  $m_i = m_{c2}$ 。

为便于与实际振动模态测试结果相比较,有限元模型取为两端自由梁,得到健康梁的刚度矩阵和

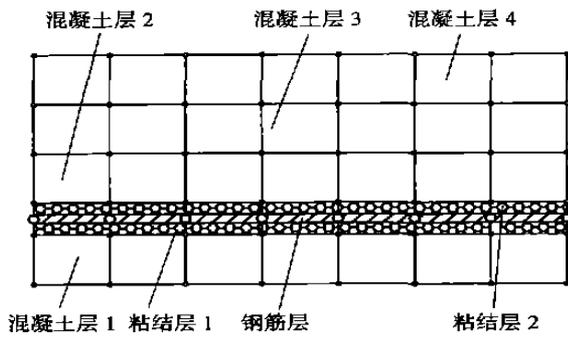


图 3 钢筋混凝土梁有限元单元划分  
Fig. 3 Units classification for the RCB

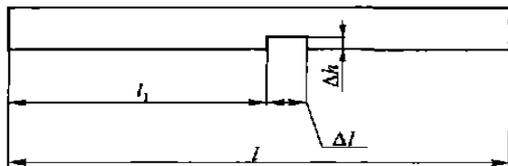
质量矩阵

$$\left. \begin{aligned} K_w &= \begin{matrix} 7 \\ i=1 \end{matrix} \left. \begin{matrix} K_i \\ \end{matrix} \right\} \\ M_w &= \begin{matrix} 7 \\ i=1 \end{matrix} \left. \begin{matrix} M_j \\ \end{matrix} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

2) 局部破损梁。

图 4 示出局部破损梁上混凝土脱落位置及脱落尺寸。假设脱落发生在自梁左端度量  $l_1$  处,其长度为  $l$ 。记  $nl_1/l$  圆整后为  $m_1$ ,记  $n l/l$  圆整后为  $m_2$ ,则脱落开始于混凝土层 1 自左端计的第  $m_1 + 1$  单元,终止于第  $m_1 + m_2$  单元。令这些单元的全梁节点位移列阵与单元节点位移列阵之间的变换矩阵为 0,其余单元的全梁节点位移列阵与单元节点位移列阵之间的变换矩阵仍按 1) 中所述取定,则可以模拟混凝土层的局部脱落,有

$$G_1^{(l_0)} = 0 \quad l_0 = m_1 + 1, m_1 + 2, \dots, m_1 + m_2$$



$l$ —钢筋混凝土梁长度;  $h$ —脱落深度;  
 $l_1$ —梁左端至脱落发生处的长度;  $l$ —脱落长度

图 4 局部破损梁混凝土脱落位置及尺寸  
Fig. 4 Local damage of RCB

对混凝土层 1 各单元的刚度矩阵和质量矩阵进行组集得

$$\begin{aligned} K_1^* &= \begin{matrix} l \\ \end{matrix} \left[ G_1^{(l)} \right]^T K_{c1} G_1^{(l)} \\ M_1^* &= \begin{matrix} l \\ \end{matrix} \left[ G_1^{(l)} \right]^T M_c G_1^{(l)} \end{aligned}$$

其余层的组集与 1) 中所述相同,于是得到混凝土局

部破损自由梁的整体刚度矩阵和质量矩阵为

$$\left. \begin{aligned} K_d &= K_1^* + \begin{matrix} 7 \\ i=2 \end{matrix} \left. \begin{matrix} K_i \\ \end{matrix} \right\} \\ M_d &= M_1^* + \begin{matrix} 7 \\ i=2 \end{matrix} \left. \begin{matrix} M_j \\ \end{matrix} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

1.3 振动特性参数有限元计算

根据式(3)和(4)建立有限元模型,得到广义特征值问题

$$K = M \quad (5)$$

当  $K = K_w, M = M_w$  时,针对两端自由健康梁求解式(5),得到其固有圆频率  $\omega = \sqrt{\omega}$  和位移模态振型  $w$ 。当  $K = K_d, M = M_d$  时,针对两端自由混凝土局部破损梁求解式(5),得到其固有圆频率  $\omega_d = \sqrt{\omega_d}$  和位移模态振型  $w_d$ 。

对位移模态振型做二阶有限插分可以得到梁的曲率模态振型<sup>[7]</sup>

$$\phi_j^{(i)} = \frac{\binom{i}{j-1} - 2 \binom{i}{j} + \binom{i}{j+1}}{(l/n)^2} \quad (6)$$

由式(6)计算得第  $i$  阶曲率模态振型的第  $j$  ( $j = 2, 3, \dots, n$ ) 个分量,  $\phi_1^{(i)} = \phi_{n+1}^{(i)} = 0$ ,其中  $l$  为自由梁长度。

2 钢筋混凝土梁振动特性参数数值算例

钢筋种类、混凝土强度等级及其物理参数见表 1,几何尺寸见表 2。

表 1 钢筋种类、混凝土强度等级及其物理参数

Table 1 Reinforcing steel bar category, concrete intensity rate and their physical parameters

名称	参数	数值
混凝土 (C40)	弹性模量 $E_c / (N \cdot mm^{-2})$	$3.25 \times 10^4$
	混凝土泊桑比 $\mu$	0.2
	混凝土密度 $\rho / (kg \cdot m^{-3})$	$2.45 \times 10^3$
钢筋 (HRB335)	弹性模量 $E_s / (N \cdot mm^{-2})$	$2.1 \times 10^5$
	密度 $\rho / (kg \cdot m^{-3})$	$7.9 \times 10^3$

利用 Matlab 软件编制程序,输入已知数据(表 1 和 2)求解广义特征值问题,得到两端自由健康梁和局部破损梁的固有频率和相应的位移模态振型。固有频率和相应的位移模态振型均删去刚体振型及其对应的频率后,只取前 3 阶(表 3)。可见:混凝土层局部破损后,梁的各阶固有频率均有不同程度的下降,因此,通过固有频率可以判别是否有混凝土层局部脱落这种损伤发生。

表2 钢筋混凝土梁的几何尺寸  
Table 2 Geometry dimension of RCB

梁的种类	脱落位置	脱落部分尺寸	钢筋直径	梁长	梁截面尺寸 $b \times h/$	混凝土保护层厚度
	$l_1 / \text{cm}$	$l \times h / (\text{mm} \times \text{mm})$	$d / \text{mm}$	$l / \text{m}$	$(\text{mm} \times \text{mm})$	$a_s / \text{mm}$
健康梁			12	2.2	85 × 145	25
局部破损梁	71	200 × 25	12	2.2	85 × 145	25

注:  $l_1$  为梁左端至混凝土脱落发生处的长度;  $h$  和  $l$  分别为混凝土脱落的深度和长度。

表3 健康梁和局部破损梁固有频率的数值解和实测值

Table 3 Nature frequency for healthy and local damage RCB Hz

梁的种类	1阶		2阶		3阶	
	数值解	实测值	数值解	实测值	数值解	实测值
健康梁	117	118	313	323	588	—
局部破损梁	112.5	100	298.8	293	549.1	—

相应的1、2、3阶位移模态振型见图5。由图5可见:健康梁与局部破损梁位移模态振型曲线光滑连续、形状相同,说明位移模态振型对于混凝土局部脱落损伤不敏感,因此利用位移模态振型进行混

土局部脱落损伤的定位辨识比较困难。

由位移模态振型根据式(6)可以得到健康梁和局部破损梁的曲率模态振型(图6)。分离式有限元模型中,每层设置了40个单元,根据混凝土脱落的

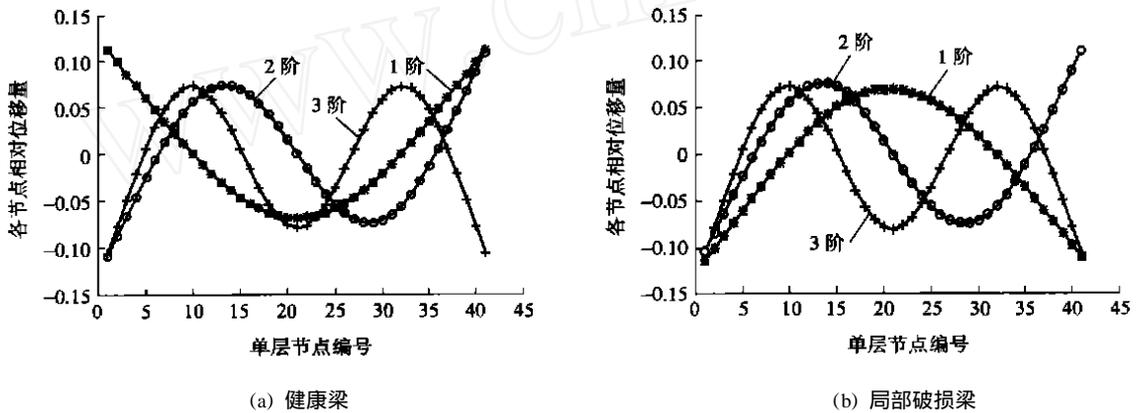


图5 计算得到的钢筋混凝土梁位移模态振型

Fig. 5 Calculated displacement mode shapes of RCB

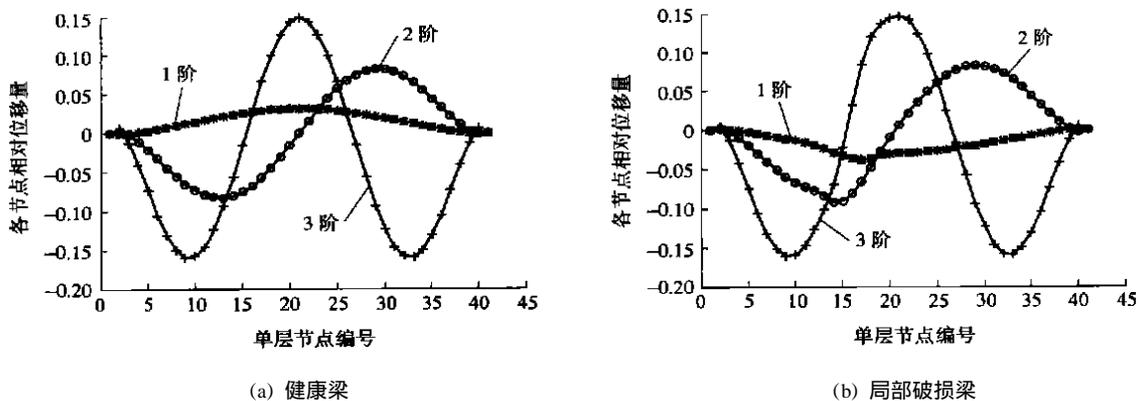


图6 计算得到的钢筋混凝土梁曲率模态振型

Fig. 6 Calculated curvature mode shapes of RCB

位置,可以确定混凝土层脱落发生在左起14、15、16和17这4个单元。图6中在和这些单元对应的节点处,曲率模态振型发生了局部畸变;只是对于第3阶曲率模态振型,由于脱落发生在其节点附近,畸变不易觉察。总之,在局部损伤发生处,曲率模态振型发生畸变,说明曲率模态振型对于混凝土层局部脱落这种损伤具有一定的敏感性,可以用其进行这类损伤的定位辨识。

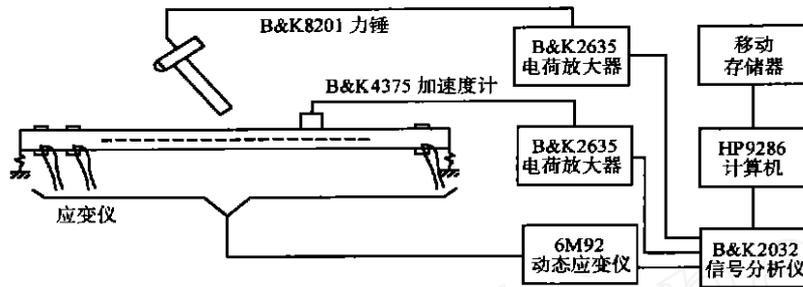


图7 钢筋混凝土梁的振动测试系统

Fig. 7 Vibration testing system of RCB

1) 对健康梁进行振动模态测试试验。a. 在梁上布置若干个点,选择梁上某点为激振点,依次测量梁上各点的响应,用信号分析仪得到应变频响函数矩阵的1列<sup>[8]</sup>;通过计算机进行多项式曲线拟合,识别出健康钢筋混凝土梁的固有频率、阻尼比和应变模态振型。b. 选择梁上某点为响应点,依次对梁上各点激振,用信号分析仪得到应变频响函数矩阵的1行;通过计算机进行多项式曲线拟合,识别出健康钢筋混凝土梁的固有频率、阻尼比和位移模态振型。

2) 局部破损梁振动模态测试试验过程与健康梁相同,只是健康梁可以在上下表面都粘贴应变片,采用全桥双臂法测量,以加强测试信号,而局部破损梁

### 3 钢筋混凝土梁振动特性参数模态测试

#### 3.1 钢筋混凝土梁的制备及测试方法

按表1和2中的有关参数制做钢筋混凝土梁(健康梁),对其进行振动模态测试后,按图4标示的尺寸造成混凝土的局部脱落,对该局部破损梁进行振动模态测试。测试系统见图7。

只在上表面粘贴应变片,采用全桥单臂法测量。

#### 3.2 梁振动特性参数实际测试结果与分析

实测的混凝土局部破损梁的应变频率响应函数见图8,可见前2阶振动比较显著。

实测的健康梁和局部破损梁的固有频率见表3。无论是健康梁还是局部破损梁,固有频率实际测试结果都与有限元数值解较为接近;实测位移模态振型(图9)和应变模态振型(图10)与有限元计算得到的同阶位移模态振型(图5)和曲率模态振型(图6)形状大致相同,符合模态分析中梁的应变模态振型与曲率模态振型的关<sup>[9]</sup>,这说明了理论计算结果的正确性和实际测试的可靠性。

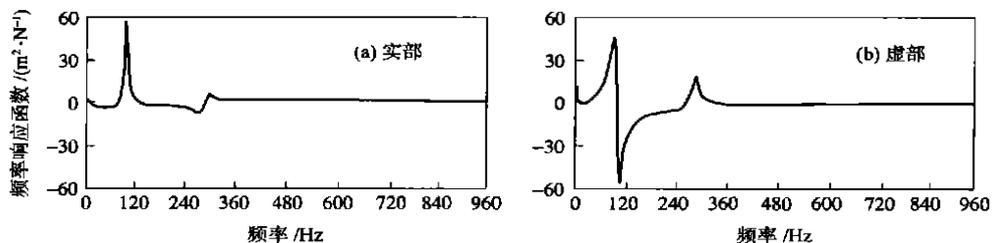


图8 局部破损梁的应变频率响应函数

Fig. 8 Strain frequency response function of local damage RCB

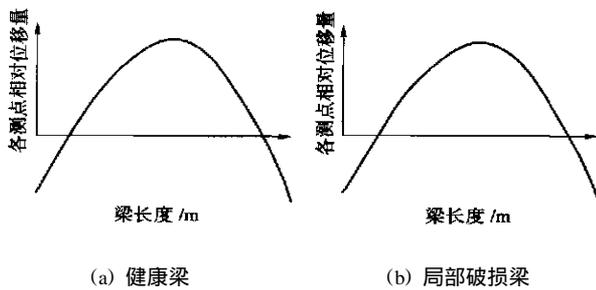


图9 实测的钢筋混凝土梁位移模态振型

Fig. 9 Measured displacement mode shape of RCB

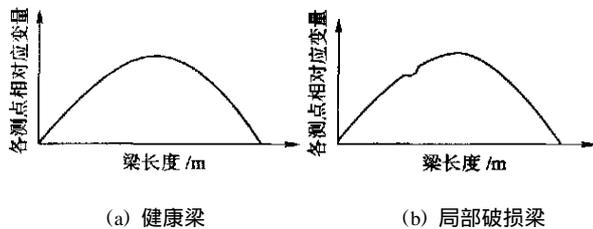


图10 实测的钢筋混凝土梁应变模态振型

Fig. 10 Measured strain mode shape of RCB

数值计算和实际测试结果(表3)都表明:混凝土局部脱落后,梁的固有频率明显下降,说明由于混凝土的局部脱落,引起梁模态刚度下降较为显著。因此,根据固有频率即可区分健康梁和局部破损梁。

健康梁和局部破损梁的位移模态振型曲线(图5和9)光滑连续,可见位移模态振型对于混凝土局部脱落这种损伤并不敏感;健康梁的应变模态振型和曲率模态振型曲线(图6和10)光滑连续,局部破损梁的应变模态振型和曲率模态振型在混凝土局部破损处发生了畸变,可见对于混凝土局部脱落这种损伤,应变模态振型或曲率模态振型较位移模态振型敏感。因此,局部破损梁可以通过应变模态振型或曲率模态振型对其局部破损位置进行定位辨识。

## 4 结论

1) 利用分离式有限元模型,可以计算钢筋混凝土健康梁和局部破损梁的振动特性参数;计算结果与实测结果一致。

2) 钢筋混凝土局部破损梁的固有频率较健康梁的低。在实际振动模态测试中,固有频率可作为钢筋混凝土梁损伤定性辨识的指标。

3) 曲率模态振型和应变模态振型是识别钢筋混凝土梁局部损伤的敏感参数,可以用来进行局部损伤的定位识别。

## 参考文献

- [1] 李国强,李杰. 工程结构动力检测理论与应用[M]. 北京:科学出版社,2002. 1~250
- [2] 宋天霞,黄荣杰,杜太生. 钢筋混凝土非线性有限元及其优化设计[M]. 武汉:华中科技大学出版社,2003. 79~230
- [3] 《振动与冲击手册》编辑委员会. 振动与冲击手册(第1卷):基本理论和分析方法[M]. 北京:国防工业出版社,1988. 142~206
- [4] 康清梁. 钢筋混凝土有限元分析[M]. 北京:中国水利水电出版社,1996. 5~250
- [5] 李人宪. 有限元法基础[M]. 北京:国防工业出版社,2002. 82~246
- [6] 王勖成. 有限单元法[M]. 北京:清华大学出版社,2003. 15~326
- [7] Pandey A K, Biswas M, Samman M M. Damage detection from changes in curvature mode shapes[J]. Journal of Sound and Vibration, 1991, 145(2):70~80
- [8] 王书茂,焦群英. 结构动力分析的实验应变模态法[J]. 北京农业工程大学学报,1993,13(4):93~98
- [9] 李德葆,陆秋海. 实验模态分析及其应用[M]. 北京:科学出版社,2001. 60~210

(上接第114页)

## 参考文献

- [1] ANSYS Inc. ANSYS documentation 6.1-ANSYS element reference[OL]. <http://www.oulu.fi/>. 2004
- [2] 殷有泉. 固体力学非线性有限元引论[M]. 北京:北京大学出版社,清华大学出版社,1987. 122~202
- [3] ANSYS Inc. ANSYS documentation 6.1-ANSYS, Inc. theory reference[OL]. <http://www.oulu.fi/>. 2004
- [4] 李明瑞,李进京. 一个经典的桁架跃变问题的解[J]. 力学与实践,1998(1):39~41