

基于挠度控制的钢筋混凝土梁高确定方法

蒋秀根¹ 梁宗敏¹ 杨洪良²

(1. 中国农业大学 水利与土木工程学院,北京 100083; 2. 义乌市建筑设计院,浙江 义乌 322000)

摘要 提出了钢筋混凝土梁合理高度的理论计算方法,为结构工程师在结构方案设计阶段确定梁的高度提供了一个理论公式。在建立一般梁的挠度曲线方程的基础上,考虑钢筋混凝土梁的徐变和最优配筋率,并结合抗弯承载力和挠度控制的要求,推导了钢筋混凝土梁的最大跨高比公式。在分析各种典型工况的钢筋混凝土梁参数的基础上给出:一般简支主梁跨高比为8~12,简支次梁跨高比为12~20,固支梁跨高比为简支梁的1.5倍。采用本文方法确定钢筋混凝土梁高,计算结果与常用工程经验取值接近,克服了工程中通常采用的根据经验公式、简化梁的分类粗略估算梁高的不足之处,为不同工况下的梁高取值估算提供了更为详尽的计算公式。

关键词 钢筋混凝土梁;跨高比;挠度

中图分类号 TU 375.1

文章编号 1007-4333(2004)06-0072-04

文献标识码 A

An approach to height determination of reinforced concrete beam based on deflection control

Jiang Xiugen¹, Liang Zongmin¹, Yang Hongliang²

(1. College of Water Conservancy and Civil Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China;

2. Yiwu Institute of Architecture and Building Design, Yiwu 322000, China)

Abstract A theoretical method for height determination of a reinforced concrete beam (RCB) was developed in this paper, which could be used in the scheme design stage by a structure engineer. Based on the concept to build the deflection curve equation of a normal beam, the maximum beam span depth ratio of a RCB was derived by considering the creep, optional steel ratio of reinforced concrete, deflection and load-carrying capacity criterions. After the analyses of the parameters from a RCB at various typical loading conditions, the following data were suggested: the span/depth ratio was between 8 to 12 for a simply supported primary beam; 12 to 20 for a simply supported secondary beam; and 1.5 times of a simply supported beam for a fixed beam in engineering design. The height determination of a RCB can be made by the theoretical method present here, but not only by the experience method as usual. The result from this method is completely agreed with that from the experience method.

Key words reinforced concrete beam; beam span depth ratio; deflection

钢筋混凝土结构设计一般应满足承载能力极限状态和正常使用极限状态的要求^[1,2]。确定梁的高度是钢筋混凝土梁设计的基础和关键,梁高的取值决定直接梁的配筋量和梁的最终挠度,但通过计算预先准确确定或估算梁高十分困难。工程上国内外一般采用两阶段设计法,在判断梁高取值合理性时,一般在该设计法的第二阶段,即在正常使用极限状态验算阶段,考虑混凝土裂缝对截面刚度的影响,采

用不同的实验结论和相应的计算模型,计算梁的截面刚度及其沿梁跨的变化,计算控制梁的挠度^[2],通过对梁挠度的控制调整梁高。这是一种试算方法,不能保证初期梁高估算的合理和绝对可行,且对于材料强度和约束性能等多种工况的组合,其理论严密性不够。为了解决上述问题,笔者根据钢筋混凝土梁挠度限制并结合抗弯承载力的要求,研究了不同工况下梁高的计算公式。

收稿日期: 2004-07-23

作者简介: 蒋秀根,副教授,主要从事结构工程方面的研究。

1 梁的挠度

1.1 梁挠度统一公式

根据结构力学的基本原理,对于承受均布荷载的钢筋混凝土梁,其最大挠度 f 和最大弯矩 M_k 可分别表示为

$$\frac{f}{l} = k_f \frac{q_k l^3}{EI} \quad (1)$$

$$M_k = k_M q_k l^2 \quad (2)$$

由式(1)和(2)可得到梁的挠度与梁跨中弯矩的关系

$$\frac{f}{l} = \frac{k_f}{k_M} \frac{M_k l}{EI} = K \frac{M_k l}{EI} \quad (3)$$

式中: k_f , k_M , K 分别为梁的挠度系数、控制截面弯矩系数和挠度综合系数; q_k , M_k 分别为梁均布荷载标准值和控制截面按荷载标准值组合计算的弯矩; l , EI 分别表示梁的计算跨度和截面抗弯刚度,其中 E 为材料的弹性模量, I 为截面惯性矩。对于承受均布荷载的简支梁和两端固支梁,挠度综合系数分别为 $5/48$ 和 $1/16$ 。

1.2 连续梁的挠度

对于承受均布荷载 q 、两端约束弯矩为 M_1 的连续梁,沿跨度方向和跨中的弯矩分别为

$$M(x) = \frac{1}{2} q(l-x)^2 + M_1 - \frac{1}{2} ql(l-x) =$$

$$M_1 + \frac{1}{2} qx^2 - \frac{1}{2} qlx$$

$$M_2 = M\left(\frac{l}{2}\right) = M_1 - \frac{1}{8} ql^2$$

根据受弯构件的刚度方程

$$EI \frac{d^2}{dx^2} = M(x)$$

可以通过积分并考虑梁两端位移为 0 的边界条件,求得梁的挠度曲线方程

$$(x) = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2} M_1 x^2 + \frac{1}{24} qx^4 - \frac{1}{12} qlx^3 + \frac{1}{24} ql^3 x - \frac{1}{2} M_1 lx \right]$$

取 $x = l/2$, 可得到梁的跨中挠度

$$f = \frac{1}{EI} \left[\frac{1}{2 \times 4} M_1 l^2 + \frac{1}{24 \times 16} ql^4 - \frac{1}{12 \times 8} ql^4 + \frac{1}{24 \times 2} ql^4 - \frac{1}{2 \times 2} M_1 l^2 \right] = \frac{1}{EI} \left[-\frac{1}{8} M_1 l^2 + \frac{5}{384} ql^4 \right]$$

根据梁变形挠度综合系数 K 的定义(式(3)),可得

到连续梁的挠度综合系数

$$K = \frac{k_f}{k_M} = \frac{f / (ql^4 / EI)}{M_2 / ql^2} = \frac{-M_1 / 8 ql^2 + 5 / 384}{1 / 8 - M_1 / ql^2} = \frac{-M_1 + (5 / 48) ql^2}{ql^2 - 8 M_1} \quad (4)$$

2 梁挠度的简化公式

2.1 截面抗弯刚度的简化

钢筋混凝土受弯构件在工作阶段的截面刚度变化不大,可近似取为^[2]

$$EI = 0.625 E_0 I_0 \quad (5)$$

开裂前截面的换算刚度可忽略钢筋的作用,按混凝土的毛截面计算

$$E_0 I_0 = \frac{1}{12} E_0 b h^3 \quad (6)$$

式中: b , h , E_0 分别为梁的截面宽度、高度和混凝土的弹性模量。将式(5)和(6)代入式(3),得到

$$\frac{f}{l} = \frac{19.2 K M_k l}{E_0 b h^3} \quad (7)$$

2.2 梁的控制截面弯矩

假设结构的正常使用极限状态与承载能力极限状态同时出现,截面弯矩可写成^[2]

$$M_k = \frac{M}{Q} \quad (8)$$

$$M = \eta_s h_0 f_y A_s \quad (9)$$

式中: M , Q , η_s , h_0 , f_y , A_s 分别为截面弯矩设计值、荷载分项系数、截面内力臂系数、截面有效高度、受拉钢筋强度设计值和受拉钢筋面积,其中荷载分项系数、内力臂系数以及截面有效高度可取其统计值

$$Q = 1.3 \quad (10)$$

$$\eta_s = 0.87 \quad (11)$$

$$h_0 = 0.95 h \quad (12)$$

由式(8)~(11)可得到

$$M_k = 0.67 h_0 f_y A_s \quad (13)$$

将式(12)和(13)代入(7),得到

$$\frac{f}{l} = \frac{12.22 K f_y A_s l}{E_0 b h^2} \quad (14)$$

2.3 梁的截面配筋

一般梁的经济配筋率 $\rho = A_s / b h_0 = 0.5\% \sim 1.6\%$ ^[4],折合成截面毛面积计算,经济配筋量为 $A_s = (0.475 \sim 1.52)\% b h$,故梁配筋量的统计值可取

$$A_s = 1.5 \% bh \quad (15)$$

将式(15)代入(14),则梁的挠度为

$$\frac{f}{l} = \frac{0.1832 K f_y l}{E_0 h} \quad (16)$$

2.4 徐变的影响

混凝土的徐变将导致梁挠度的增大,考虑徐变的影响,梁的挠度最后可表示为

$$\frac{f}{l} = \frac{0.1832 K f_y l}{E_0 h} \quad (17)$$

式中: μ 为挠度增大系数,其值与材料强度、工作环境、梁截面形状以及配筋特征等因素有关,结合国内外试验结果^[2],GB 50010—2002《混凝土结构设计规范》^[1]给出的统计值为

$$\mu = \begin{cases} 1.6 (\text{双筋截面,如主梁}) \\ 2.0 (\text{单筋截面,如次梁}) \end{cases}$$

3 梁的挠度控制及梁高要求

1) 一般要求。

对于不同的结构,GB 50010—2002《混凝土结构设计规范》给出了相应的挠度要求

$$\frac{f}{l} \left[\frac{f}{l} \right] = \frac{1}{n} \quad (18)$$

n 为挠度控制系数,对于一般的楼盖和屋盖梁,梁的最大挠度限值为 $1/200 \sim 1/400$,即 $n = 200 \sim 400$ 。

将式(17)代入(18),得到满足挠度要求的梁高的最小值

$$\frac{0.1832 K f_y l}{E_0 h} \frac{1}{n} = \frac{h}{l} \frac{0.1832 K n f_y}{E_0} \frac{l}{h} \frac{5.4585 E_0}{K n f_y} \quad (19)$$

2) 一般连续梁的最大跨高比。

将式(4)代入(19),得到一般连续梁的最大跨高比

$$\frac{l}{h} = \frac{5.4585 E_0}{[(-M_1 + 5ql^2/48) / (ql^2 - 8M_1)] n f_y} \quad (20)$$

3) 典型工况下简支梁及两端固支梁的最大跨高比。

梁的最大跨高比与混凝土强度等级、钢筋强度设计值及梁的特性(挠度限制值、截面配筋特征等)有关。为了检验笔者提出的公式的合理性,并为工程师提供可供工程设计参考的梁跨高比参数,表1给出了各种工况组合下梁跨高比的理论计算结果。从计算结果可以看出:对于简支梁,主梁跨高比 $8 \sim 12$,次梁跨高比 $12 \sim 20$,与一般工程经验公式一致;固支梁跨高比可以很大,约为简支梁的1.5倍;工程

表1 梁最大跨高比

Table 1 Maximum span/depth ratio of a beam

材 料 组 合	简支梁 ($K=5/48$)		固支梁 ($K=1/16$)		
	$n=20$	$n=400$	$n=200$	$n=400$	
	= 2.0	= 1.6	= 2.0	= 1.6	
混凝土 C25 ($E_0 = 2.80 \times 10^4$)	钢筋 HPB235 ($f_y = 210$)	17.5	10.9	29.6	18.2
	钢筋 HRB335 ($f_y = 300$)	12.2	7.6	20.4	12.8
混凝土 C35 ($E_0 = 3.15 \times 10^4$)	钢筋 HPB235 ($f_y = 210$)	19.7	12.2	32.8	20.5
	钢筋 HRB335 ($f_y = 300$)	13.8	8.6	22.9	14.3

注: E_0 和 f_y 单位为 MPa。

实践中两端固支梁很少,一般连续梁的跨高比较简支梁大,远小于两端固支梁。

4) 对于整体现浇的梁板式结构和其他非矩形截面,由于翼缘的作用,截面实际刚度较仅按矩形截面计算的值大,理论上有2种方法进行计算:一是仍按矩形截面计算其截面惯性矩 I_0 ,截面实际刚度为 $k_1 E_0 I_0$, k_1 为截面刚度修正系数,根据梁板的实际

连接方式, k_1 可取 $1.5 \sim 2.0$ ^[5];二是考虑受压翼缘对截面曲率的影响,在计算截面刚度时引入修正系数 f ^[2]。由于计算比较复杂,工程中预先估算梁高时可不予考虑。

4 结 论

1) 本文中提出的确定钢筋混凝土梁跨高比的计

算方法,在满足 GB50010—2002《混凝土结构设计规范》对各类钢筋混凝土梁规定的挠度要求和抗弯承载力要求的同时,考虑了梁的经济配筋。

2)本文中提出的确定钢筋混凝土梁跨高比的计算公式考虑了梁的不同材料组合和梁端约束工况,适用范围较广。

3)以简支梁为例,本方法得到的计算结果为:主梁跨高比 8~12,次梁跨高比 12~20,固支梁跨高比约为简支梁的 1.5 倍。此结果与目前常用的工程经验公式接近。

4)连续梁的跨高比介于简支梁与两端固支梁之间,可根据梁端约束弯矩的大小通过计算确定。

参 考 文 献

- [1] GB 50010—2002 混凝土结构设计规范[S]. 9~12,108~111
- [2] 过镇海,时旭东. 钢筋混凝土原理与分析[M]. 北京:清华大学出版社,2003. 257~271
- [3] 建筑结构构造资料集编写组. 建筑结构构造资料集[M]. 北京:中国建筑工业出版社,1991. 86
- [4] 滕智明,朱金铨. 混凝土结构及砌体结构(上册)[M]. 第2版. 北京:中国建筑工业出版社,2003. 73
- [5] 赵西安. 钢筋混凝土高层建筑结构设计[M]. 第2版. 北京:中国建筑工业出版社,1995. 205
- (上接第52页)
- [5] 徐娟,邓秀新. 红肉脐橙果肉中主要色素的定性及色素含量的变化[J]. 园艺学报,2002,29(3):203~208
- [6] 刘小珍. 脐橙皮色素的稳定性[J]. 光谱实验室,2002,19(6):784~785
- [7] 陶俊,张上隆,陈昆松,等. GA3处理对柑橘果皮色素变化的影响[J]. 园艺学报,2002,29(6):566~568
- [8] Yen H C, Shelton B A, Howard L R, et al. The tomato *h1* pigment (*hp*) locus maps to chromosome 2 and influences plastome copy number and fruit quality[J]. Theor Appl Genet,1997,95:1069~1079
- [9] 李卫东,王文江,刘永居. 柿现代生物技术研究进展[J]. 果树学报,2002,19(1):58~61
- [10] Daood H G, Biacs P, Czinkotai B, et al. Chromatographic investigation of carotenoids, sugars and organic acids from *Diospyros Kaki* fruits[J]. Food chemistry, 1992, 45: 151~155
- [11] Thomas P, Chen T S. Quantitative analyses of major carotenoid fatty acid esters in fruits by liquid chromatography: persimmon and papaya [J]. Food Science, 1998, 53 (6) :1720~1722
- [12] 王静,孙郁柱,王晴,等. 沙棘果实中黄色素的研究[J]. 东北农业大学学报,2001,32(1):80~89
- [13] 杨佩荣,康建彪. 草莓色素的提取及稳定性的研究[J]. 冷饮与速冻食品工业,2003,9(1):24~28