

基于高副低代方法的平面凸轮设计

姚海蓉 魏文军

(中国农业大学 工学院,北京 100083)

摘要 基于高副低代原理,将平面凸轮机构替换为平面连杆机构,运用圆向量函数建立代换机构的位移、速度、加速度矢量方程式,通过计算虚拟连杆的杆长和方向,求得凸轮实际廓线、曲率半径和压力角的表达式,并给出用圆形刀具加工凸轮时刀具中心的轨迹方程。运用该方法详细分析了滚子直动和滚子摆动从动件盘形凸轮机构中的凸轮设计问题,并对平面凸轮进行了设计,结果表明,该方法正确可行。

关键词 凸轮设计;高副低代;圆向量;曲率半径;压力角

中图分类号 TH 112.2

文章编号 1007-4333(2004)04-0050-05

文献标识码 A

Design of a planar cam by means of low pairs replacing high pair

Yao Hairong, Wei Wenjun

(College of Engineering China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract A new method for planar cam design was proposed. Based on the method of low pair replacing high pair, the problem of cam design was transferred to that of planar linkage design. By means of rotary unit vectors, the equations of displacement, velocity and acceleration of the virtual mechanism were developed. And then, the virtual linkage's length and direction were deduced. Cam profile, curvature radius and pressure angle were calculated. The center's track equation of the circular cutter for manufacturing the cam profile was presented. Based on this method, cam design with straight and swinging roller follower were analyzed in detail. The actual planar cam design example was given. It was illustrated that the method was simple and effective for planar cam design.

Key words planar cam design; low pair replacing high pair; rotary unit vector; radius of curvature; pressure angle

机械传动中,凸轮机构因能精确实现从动件预期的运动规律,从而得到了广泛应用。随着新方法、新技术的产生和应用,凸轮机构的基础理论研究也在不断深入。

目前,平面凸轮的设计方法主要包括包络法^[1]、共轭曲面法^[2]、复极矢量法^[3]和瞬心法^[4,5],这些方法多涉及微分运算,推导繁琐,且忽略了凸轮与连杆机构之间的联系。国内外已有研究中,有利用高副低代方法对平面凸轮设计问题的探讨,但未给出凸轮设计中凸轮廓线、压力角和曲率半径的完整求解方法^[6,7],其他方面未见报道。笔者提出用高副低代方法对平面凸轮作全面设计,将凸轮机构

设计问题统一为再现函数的平面连杆机构设计问题。

1 高副低代设计平面凸轮的基本原理

根据高副低代理论,平面机构中的高副可用含有2个低副的虚拟构件代替,低副中心位于运动副元素的曲率中心处,代换前后,机构自由度及瞬时运动不变。将凸轮与从动件瞬时接触点M处的高副用带2个低副的杆件代替,代换后,平面连杆机构主、从动件的瞬时运动特性分别与凸轮及凸轮从动件的完全一致,该瞬时平面连杆机构的压力角即凸轮机构的压力角。

收稿日期:2004-01-06

作者简介:姚海蓉,讲师,主要从事机械传动计算机辅助分析的研究,E-mail:yao-hr@sina.com

对于滚子从动件盘形凸轮机构,虚拟杆为带 2 个转动副的连杆 AB ,转动副的中心分别位于凸轮廓线上点 M 处的曲率中心 A 和滚子中心 B 处,点 A 到点 B 间的长度 l_{AB} 即凸轮理论廓线上点 B 处的曲率半径,点 A 和 M 间长度 l_{AM} 即凸轮实际廓线上点 M 处的曲率半径。

对于平底从动件盘形凸轮机构,虚拟杆为带一转动副的滑块,转动副的中心位于凸轮廓线上点 M 处的曲率中心 A 处,导路垂直于点 M 的运动方向。

对代换后的平面连杆机构建立位移、速度、加速度矢量方程式,可求得虚拟连杆的长度和方向,进而得出凸轮廓线方程、曲率半径和压力角表达式。

本文中仅对滚子从动件盘形凸轮机构设计问题作详细讨论,平底盘形凸轮机构的设计方法与此类同。

2 滚子从动件盘形凸轮机构的设计

初步拟定凸轮轮廓基圆半径 r_b 、滚子半径 r 、许用压力角 $[\varphi]$ 和许用曲率半径 $[\rho]$ 以及必须的尺寸参数,再根据机构工作要求选定凸轮转速、从动件运动规律和升程 h 、推程运动角、回程运动角、远休止角 δ_s 和近休止角 δ_2 。

根据设计的从动件运动规律,运用文献[8]中公式求取直动从动件位移 s 、速度 v 、加速度 a 或摆动从动件角位移、角速度 ω 、角加速度 α ,据此分析代换机构中虚拟杆的杆长和方向,求取凸轮实际廓线坐标,并检验压力角和实际曲率半径,若不满足,调整相应的参数。

考虑到圆向量函数直观性强,可避免公式推导中不必要的展开,故采用圆向量函数表达矢量。矢量用圆向量 $e(\cdot)$ 或 $g(\cdot)$ 与模的乘积表示^[8]。 $e(\cdot)$ 表示与 x 轴之间有向角为 \cdot 的单位向量, $g(\cdot)$ 表示与 x 轴之间有向角为 $\frac{\cdot}{2} + \frac{\pi}{2}$ 的单位向量,自 x 轴正向度量,逆时针为正,顺时针为负。

以凸轮回转中心 O 为原点建立直角坐标系 Oxy , x 和 y 轴单位向量分别为 i, j 。图 1 示出凸轮转过任意角 ω 时高副低代所得的平面连杆机构(粗实线),机构中各构件的转角、角速度、角加速度逆时针取正、顺时针取负。

2.1 滚子直动从动件盘形凸轮机构的设计

偏置滚子直动从动件盘型凸轮机构,从动件导

路偏距为 w (导路在 x 轴左侧时 w 为正,反之为负),升程 h ,从动滚子中心初始位置处于 B_0 点,当凸轮转过角 ω 后,从动滚子中心处于 B 点(图 1)。

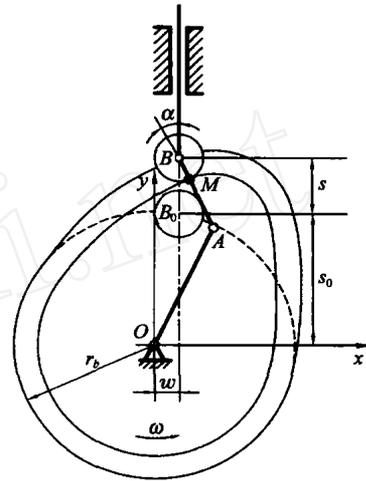


图 1 滚子直动从动件盘形凸轮机构的高副低代

Fig. 1 Using low pair replacing high pair of disk cam with reciprocating roller follower

凸轮机构高副低代后得到曲柄滑块机构 OAB , 滑块上 B 点的位移、速度、加速度矢量式分别为

$$l_{OA}e(\theta_{OA}) + l_{AB}e(\theta_{AB}) - wi = (s_0 + s)j \quad (1)$$

式中: $s_0 = \sqrt{r_b^2 - w^2}$;

θ_{OA} 和 θ_{AB} 分别表示由 O 指向 A 和 A 指向 B 的向量与 x 轴正向的夹角。

$$l_{OA}g(\theta_{OA}) + l_{AB}g(\theta_{AB}) = vj \quad (2)$$

$$-l_{OA}^2e(\theta_{OA}) - l_{AB}^2e(\theta_{AB}) + l_{AB}l_{OA}g(\theta_{AB}) = aj \quad (3)$$

由式(1)~(3)得

$$\tan \theta_{AB} = \frac{s_0 + s}{w - v/}$$

当 $\tan \theta_{AB} > 0$ 时, $\theta_{AB} = \arctan(\tan \theta_{AB})$; 当 $\tan \theta_{AB} < 0$ 时, $\theta_{AB} = \pi + \arctan(\tan \theta_{AB})$ 。A 点到 B 点间的长度为

$$l_{AB} = \frac{\left[(s_0 + s) \sin \theta_{AB} + \left(w - \frac{v}{\omega} \right) \cos \theta_{AB} \right]^2}{\left[(s_0 + s - \frac{a}{\omega^2}) \sin \theta_{AB} + \left(w - 2 \frac{v}{\omega} \right) \cos \theta_{AB} \right]^2}$$

AB 杆的方向亦即从动件的受力方向,从动件运动沿 y 轴方向,凸轮机构压力角为

$$\left| \frac{1}{2} - \theta_{AB} \right| \quad (4)$$

点 M 处的曲率半径为 $\rho = l_{AB} - r$, 即

$$= \frac{\left[(s_0 + s) \sin \theta_{AB} + \left(w - \frac{v}{2} \right) \cos \theta_{AB} \right]^2}{\left[s_0 + s - \frac{a}{2} \right] \sin \theta_{AB} + \left(w - 2 \frac{v}{2} \right) \cos \theta_{AB}} - r \quad (5)$$

从动滚子与凸轮轮廓接触点 M 的向径为

$$r = w i + (s_0 + s) j - r e(\theta_{AB})$$

将该向径反方向旋转 θ_0 角, 得凸轮处于初始位置时点 M 的向径

$$r = w \cdot e(-\theta_0) + (s_0 + s) e\left(\frac{\theta_0}{2} - \theta_0\right) - r e(\theta_{AB} - \theta_0) \quad (6)$$

式(6)分别点乘 i 和 j, 得凸轮实际廓线的直角坐标方程

$$\left. \begin{aligned} x &= w \cos \theta_0 + (s_0 + s) \sin \theta_0 - r \cos(\theta_{AB} - \theta_0) \\ y &= -w \sin \theta_0 + (s_0 + s) \cos \theta_0 - r \sin(\theta_{AB} - \theta_0) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

机床加工凸轮时, 常采用铣刀、砂轮等圆形刀具。给定刀具半径 r_c , 刀具与凸轮轮廓点 M 接触时, 刀具中心 Q 必在代换机构的虚拟连杆方向, 与点 M 相距 r_c 。用 r_c 代换式(7)中的 r , 得圆形刀具中心轨迹曲线的直角坐标方程

$$\left. \begin{aligned} x_c &= w \cos \theta_0 + (s_0 + s) \sin \theta_0 - r_c \cos(\theta_{AB} - \theta_0) \\ y_c &= -w \sin \theta_0 + (s_0 + s) \cos \theta_0 - r_c \sin(\theta_{AB} - \theta_0) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

取 $w = 0$, 式(7)即为对心式直动从动件盘形凸轮机构的凸轮廓线直角坐标方程; 取 $r = 0$, 式(7)即尖底直动从动件盘形凸轮机构的实际凸轮廓线方程, 亦可看作滚子直动从动件盘形凸轮机构的理论凸轮廓线方程。

2.2 滚子摆动从动件盘形凸轮机构的设计

图 2 示出滚子摆动从动件盘形凸轮机构。摆杆

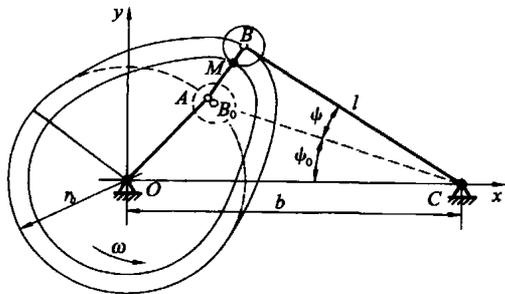


图 2 滚子摆动从动件盘形凸轮机构的高副低代

Fig. 2 Using low pair replacing high pair of disk cam with oscillating roller follower

摆动中心 C, 杆长 l , 机架 OC 长为 b ; 从动件处于起始位置时, 滚子中心处于 B_0 点, 摆杆与机架 OC 之间的夹角为 θ_0 ; 当凸轮转过 θ_0 角后, 从动件摆过 θ_0 角, 滚子中心处于 B 点。

凸轮机构高副低代后得到平面连杆机构 $OABC$, 从动杆 BC 上 B 点的位移、速度、加速度矢量式分别为

$$l_{OA} e(\theta_{OA}) + l_{AB} e(\theta_{AB}) - b i = l e(\theta_0 - \theta_0) \quad (9)$$

式中 $\theta_0 = \arccos\left(\frac{l^2 + b^2 - r_b^2}{2lb}\right)$ 。

$$l_{OA} g(\theta_{OA}) + l_{AB} g(\theta_{AB}) = l b g(\theta_0 - \theta_0) \quad (10)$$

$$-l_{OA}^2 e(\theta_{OA}) - l_{AB}^2 e(\theta_{AB}) + l_{AB} g(\theta_{AB}) = -b l g(\theta_0 - \theta_0) - \frac{2}{b} l e(\theta_0 - \theta_0) \quad (11)$$

文献[9]中从动件的角速度、角加速度在回程时为负, 推程时为正, 而此处逆时针为正, 顺时针为负, 所以引用公式时, 须添加负号。由式(9)~(11)得

$$\tan \theta_{AB} = \frac{l \left[1 - \frac{b}{l} \right] \sin(\theta_0 + \theta_0)}{b - l \left[1 - \frac{b}{l} \right] \cos(\theta_0 + \theta_0)}$$

当 $\tan \theta_{AB} > 0$ 时, $\theta_{AB} = \arctan(\tan \theta_{AB})$; 当 $\tan \theta_{AB} < 0$ 时, $\theta_{AB} = \pi + \arctan(\tan \theta_{AB})$ 。

$$l_{AB} = \frac{\left[b \cos \theta_{AB} - l \left[1 - \frac{b}{l} \right] \cos(\theta_0 + \theta_{AB}) \right]^2}{b \cos \theta_{AB} - l \left[1 - \frac{b}{l} \right] \cos(\theta_0 + \theta_{AB}) + \frac{b}{2} l \sin(\theta_0 + \theta_{AB})}$$

AB 杆的方向即从动件受力方向, 其运动方向垂直于 CB 杆, 凸轮机构压力角为

$$a = \left| \frac{\theta_0 - \theta_0 - \theta_{AB}}{2} \right| \quad (12)$$

点 M 处的曲率半径为 $\rho = l_{AB} - r$ 即

$$\rho = \frac{\left[b \cos \theta_{AB} - l \left[1 - \frac{b}{l} \right] \cos(\theta_0 + \theta_{AB}) \right]^2}{b \cos \theta_{AB} - l \left[1 - \frac{b}{l} \right] \cos(\theta_0 + \theta_{AB}) + \frac{b}{2} l \sin(\theta_0 + \theta_{AB})} - r \quad (13)$$

凸轮实际廓线上点 M 的向径为

$$r = b i + l e(\theta_0 - \theta_0) - r e(\theta_{AB})$$

将该向径反方向旋转 θ_0 角, 得凸轮处于初始位置时点 M 的向径

$$r = b e(-\theta_0) + l e(\theta_0 - \theta_0 - \theta_0) - r e(\theta_{AB} - \theta_0) \quad (14)$$

式(14)分别点乘 i 和 j , 得凸轮实际廓线的直角坐标方程

$$\left. \begin{aligned} x &= b\cos\theta - l\cos(\theta_o + \theta) - r\cos(\theta_{AB} - \theta) \\ y &= -b\sin\theta + l\sin(\theta_o + \theta) - r\sin(\theta_{AB} - \theta) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

用 r_c 代换式(15)中的 r , 得圆形刀具中心轨迹曲线的直角坐标方程

$$\left. \begin{aligned} x_c &= b\cos\theta - l\cos(\theta_o + \theta) - r_c\cos(\theta_{AB} - \theta) \\ y_c &= -b\sin\theta + l\sin(\theta_o + \theta) - r_c\sin(\theta_{AB} - \theta) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

当取 $r = 0$ 时, 式(15)即为尖底摆动从动件盘形凸轮机构的实际凸轮廓线方程, 亦可看作滚子摆动从动件盘形凸轮机构的理论凸轮廓线方程。

3 实例

设计偏置滚子直动从动件盘形凸轮机构。凸轮顺时针转动, 给定基圆半径 $r_b = 25$ mm, 偏距 $w = -3$ mm, 升程 $h = 50$ mm, 推程运动角 $\theta = \frac{\pi}{2}$, 远休止角 $\theta_s = \frac{\pi}{2}$, 回程运动角 $\theta_h = \frac{\pi}{2}$, 推程和回程均采用摆线运动规律, 滚子半径 $r = 8$ mm, 因在求解过程中将被消去, 故无需给出。考虑凸轮为顺时针转动, 其凸轮转角、推程运动角、回程运动角和远休止角均取负。设计过程如下。

推程阶段: 凸轮转角

$$\left[0, -\frac{\pi}{2} \right], \theta = -\frac{\pi}{2},$$

$$s = h \left[-\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\theta}{\theta}\right) \right],$$

$$v = -\frac{h}{\theta} \left[1 - \cos\left(\frac{2\theta}{\theta}\right) \right],$$

$$a = \frac{2h}{\theta^2} \sin\left(\frac{2\theta}{\theta}\right);$$

远休止阶段: 凸轮转角

$$\left[-\frac{\pi}{2}, -\frac{1}{2}\pi \right],$$

$$s = -\frac{h}{2}, s = 50, v = 0, a = 0;$$

回程阶段: 凸轮转角

$$\left[-\frac{1}{2}\pi, -\pi \right], \theta = -\frac{\pi}{2}, h = -\frac{h}{2} - s,$$

其中 θ_h 为从回程起始点算起的凸轮转角,

$$s = 50 \left[1 - \frac{h}{2} + \frac{1}{2} \sin\left(\frac{2\theta}{\theta_h}\right) \right],$$

$$v = \frac{h}{\theta_h} \left[1 - \cos\left(\frac{2\theta}{\theta_h}\right) \right],$$

$$a = -\frac{2h}{\theta_h^2} \sin\left(\frac{2\theta}{\theta_h}\right).$$

将凸轮转过角度 θ 时从动件的位移、速度、加速度代入式(4)~(6), 求得凸轮廓线及凸轮实际廓线上各点处的曲率半径、相应的压力角。结果见图3和4。

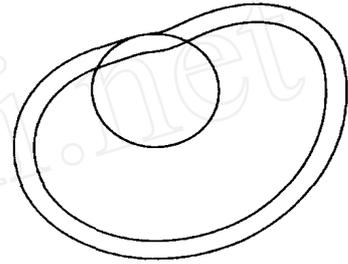


图3 凸轮理论廓线和实际廓线

Fig. 3 Diagram of pitch curve and cam profile

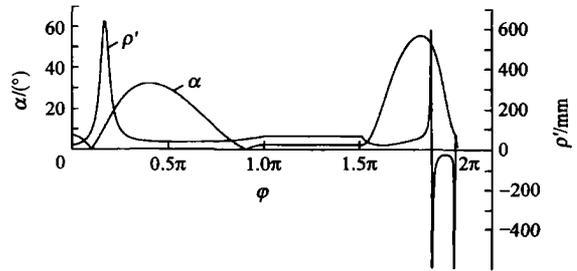
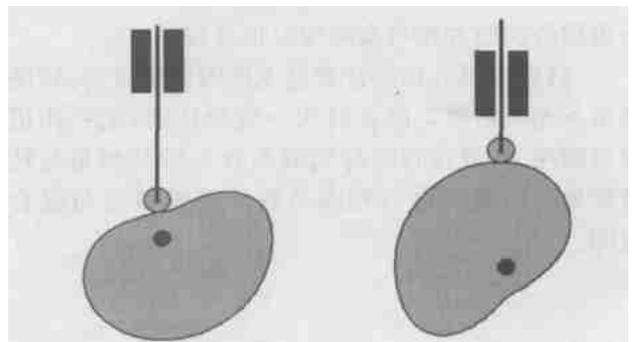


图4 不同凸轮转角下的压力角和实际轮廓曲率半径

Fig. 4 Pressure angle and radius of curvature of cam

基于 VB 和 AutoCAD 软件平台, 开发了凸轮设计和运动仿真系统, 在系统界面的对话框中输入本实例设计参数, 仿真结果见图5。



(a) $\theta = 0^\circ$ (b) $\theta = 160^\circ$

图5 滚子直动盘形凸轮机构的动态仿真
Fig. 5 Dynamic simulation of disk cam with reciprocating roller follower

4 结束语

运用凸轮和连杆机构设计之间的关联,给出了凸轮设计的一种新方法,适用于所有平面凸轮机构中凸轮的设计加工。在此方法基础上开发了平面凸轮的设计和运动仿真系统,对多种凸轮进行了仿真设计,并据刀具轨迹方程得到数控加工代码。

该方法还可用于辅助凸轮运动参数测试实验平台的研制:根据实验测得的运动参数反求出凸轮轮廓,与实际凸轮的轮廓形状进行比较,以检验运动参数测量的精确性。

参 考 文 献

- [1] 邹慧君,董师予. 凸轮机构的现代设计[M]. 上海:上海交通大学出版社,1991. 87~152
- [2] 赵韩,丁爵曾,梁锦华. 凸轮机构设计[M]. 北京:高等教育出版社,1993. 35~50
- [3] 彭国勋,肖正扬. 自动机械的凸轮机构设计[M]. 北

京:机械工业出版社,1989. 82~95

- [4] 石永刚,徐振华. 凸轮机构设计[M]. 上海:上海科学技术出版社,1995. 25~60
- [5] Shin J H, Lee C M, Kim J S. Shape design of disk cam mechanisms using instant velocity centers[J]. In: Proceedings of 6th international Symposium on Transport Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, 1996 (1):178~186
- [6] 吴天星,周美立. 平面凸轮机构和平面四杆机构压力角特征相似性研究[J]. 现代机械,2003(3):47~48
- [7] 胡爱萍,沈惠平. 用高副低代方法快速求解偏心凸轮机构最大压力角[J]. 江苏石油化工学院学报,2002(2):1~3
- [8] 董学朱. 齿轮啮合理论基础[M]. 北京:机械工业出版社,1989. 1~30
- [9] 申永胜. 机械原理基础教程[M]. 北京:清华大学出版社,1999. 6~107
- [10] 张玉华,徐致让,包家汉,等. 确定盘形凸轮曲率半径的相对加速度法及其应用[J]. 安徽工业大学学报,2003,20(4):303~307

(上接第 49 页)

3) 试验研究了转筒倾角、转筒转速、混合时间、充满系数 4 个主要因素对 XH- 型稀释混合机混合质量的影响,并以混合均匀度变异系数为指标建立了多元回归模型:

$$\hat{y} = 5.442 - 0.443 Z_1 + 0.069 Z_2 + 0.202 Z_3 + 0.251 Z_4 - 0.508 Z_1 Z_2 - 0.142 Z_1 Z_3 - 0.048 Z_1 Z_4 + 0.239 Z_2 Z_3 + 0.428 Z_2 Z_4 - 0.516 Z_3 Z_4 + 0.505 Z_1 + 0.125 Z_2 + 0.114 Z_3 + 0.792 Z_4$$

所得到的回归方程与实际情况拟合较好。

(4) 影响混合机混合质量主次因素依次为,转筒倾角 > 充满系数 > 混合时间 > 转筒转速;交互作用影响顺序为,混合时间与充满系数 > 转筒倾角与转筒转速 > 转筒转速与充满系数 > 转筒转速与混合时间。

(5) 当混合机转筒倾角为 20° ,转筒转速 $33 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$,混合时间 6 min,充满系数 0.4 时混合均匀度变异系数 C_V 为 3.21%,该机的混合质量最高。

参 考 文 献

- [1] 周岩民. 饲料混合均匀度对动物生产性能的影响[J]. 粮食与饲料工业,1997(12):15~16
- [2] 史同生,闫兰英. 混合的性能确认探讨[J]. 医药工程设计杂志,2002(1):31~33
- [3] 配合饲料混合均匀度的测定[S]. GB/T5918-1997. 饲料工业标准汇编. 北京:中国标准出版社,2002. 67~69
- [4] 袁志发,周静芋. 试验设计与分析[M]. 北京:高等教育出版社,2000. 72~82
- [5] 陈桂明,戚红雨,潘伟. MATLAB 数理统计(6.x)[M]. 北京:科学出版社,2002. 192~245