

稻谷应力裂纹的分形研究

李 栋 毛志怀

(中国农业大学 工学院,北京 100083)

摘 要 利用分形理论对稻谷产生的应力裂纹进行了分析研究。扫描电子显微镜的观察结果表明,稻谷产生的应力裂纹具有分形特征。建立了稻谷应力裂纹的沿晶脆断、穿晶脆断、沿晶和穿晶偶合脆断 3 种弯折扩展分形模型;建立了稻谷应力裂纹的分叉扩展分形模型,其分形维数与分叉角的大小有关。对稻谷产生应力裂纹的 4 种分形扩展模型进行了动力学分析,得到以下结论:沿晶和穿晶偶合脆断的临界扩展力 < 沿晶脆断的临界扩展力 < 穿晶脆断的临界扩展力 < 分叉扩展的临界扩展力。

关键词 分形理论; 应力裂纹; 稻谷; 干燥

中图分类号 S 226; O 631

文章编号 1007-4333(2003)02-0011-04

文献标识码 A

Study on stress cracks of rough rice with the fractal theory

Li Dong, Mao Zhihui

(College of Engineering, China Agricultural University, Beijing 100083, China)

Abstract The initiation and propagation of stress cracks of rice kernel were studied by the fractal theory. The stress cracks of rice kernel were observed by Scanning Electronic Microscope. The stress cracks of rice kernel possessed a fractal character. Four types of propagating models of stress cracks were established. The propagating kinetics of stress cracks was studied.

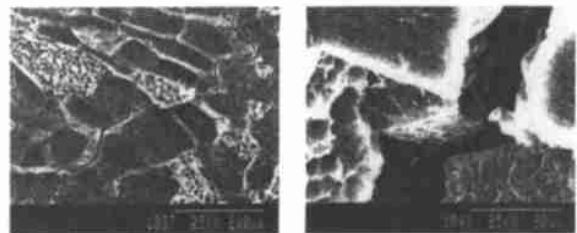
Key words fractal theory; stress cracks; rough rice; drying

稻谷所受外力,或在干燥过程中所受湿、热应力大于其抗破裂强度时,内部会产生应力裂纹。从微观角度观察,由于稻谷胚乳组织中各种无序因素(如淀粉颗粒大小和淀粉结构等)的影响,其内部产生的应力裂纹实际上是沿着不规则的曲折路径扩展的,由此形成的断裂表面往往是凹凸不平的,断裂面的截面(应力裂纹线)也是曲折的,用传统的欧氏几何很难描述清楚^[1,2]。

运用分形几何原理建立的稻谷内部应力裂纹扩展的分形模型,可以很好地描述其应力裂纹的扩展情况,直观地反映其扩展过程。对稻谷内部应力裂纹扩展的分形模型进行动力学分析,有助于探明稻谷内部应力裂纹的产生机理,对提高稻谷品质具有重要意义^[3]。

1 稻谷应力裂纹的分形特征

不同放大倍数稻谷应力裂纹的电子显微图像见图 1。比较图 1(a)和(b)可以看出,尽管应力裂纹的放大倍数不同,其曲线形状却非常相似。当放大倍



(a) ×75

(b) ×750

图 1 稻谷应力裂纹显微图像

Fig. 1 Microscopic image of stress cracks of rice kernel

收稿日期:2002-07-13

基金项目:教育部高等学校骨干教师资助计划项目

作者简介:李 栋,博士,主要从事农产品加工及贮藏研究。

数较大时,应力裂纹曲线变成宽而深的沟,里面布满了淀粉颗粒。观察结果充分表明,在一定的尺度范围内,稻谷产生的应力裂纹具有某种统计的自相似性,也就是说,稻谷产生的应力裂纹具有分形特征。

2 稻谷应力裂纹扩展的分形模型

2.1 应力裂纹的弯折扩展模型

为了描述稻谷胚乳组织中应力裂纹的扩展过程,借助材料损伤断裂的分形裂纹弯折扩展模型对其进行研究^[4,5]。当稻谷产生应力裂纹时,胚乳组织中淀粉颗粒的分离表现为脆性断裂,主要形式为沿淀粉颗粒和穿过淀粉颗粒的脆性断裂,考虑到它们之间可能还存在偶合性,所以建立了稻谷应力裂纹的3种弯折扩展模型,即沿晶脆断、穿晶脆断,以及沿晶和穿晶偶合脆断的分形模型。

假设稻谷胚乳组织中的淀粉颗粒是球体,则其截面是一个圆,稻谷内部产生的应力裂纹是沿着淀粉颗粒圆的外切正六边形扩展的,因此,以应力裂纹沿着淀粉颗粒圆外切正六边形边的扩展为基础建立稻谷应力裂纹的弯折扩展模型。

根据相似维数的定义,稻谷应力裂纹弯折扩展模型分形维数的计算公式如下:

$$\text{生成元数 } N = L / \varepsilon; \text{ 相似比 } r = \varepsilon / L_0;$$

$$\text{分形维数 } D = (\ln N) / \ln(1/r)$$

式中: L 为应力裂纹实际长度; L_0 为应力裂纹表观长度; ε 为应力裂纹生成步长度。

1) 沿晶脆断的分形模型。通过扫描电子显微镜观察稻谷产生应力裂纹的显微图像可以发现,应力裂纹发生沿晶脆断的现象较多。当发生沿晶脆断时,稻谷应力裂纹一般是沿淀粉颗粒的边缘进行扩展的。应力裂纹沿晶脆断的弯折扩展模型见图2,计算其分形维数:

$$N = \frac{L}{L_0} = 2; \quad r = \frac{\varepsilon}{L_0} = \frac{1}{1.732};$$

$$D = \frac{\ln N}{\ln(1/r)} = \frac{\ln 2}{\ln 1.732} = 1.26$$

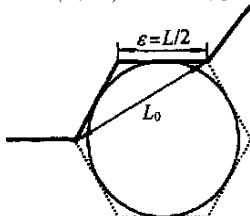


图2 沿晶脆断的分形模型

Fig. 2 Along-granular fractal model

2) 穿晶脆断的分形模型。通过扫描电子显微镜观察稻谷产生应力裂纹的显微图像可以发现,应力裂纹发生穿晶脆断的现象较少,穿晶脆断现象的主要特征是在淀粉颗粒的内部形成台阶。应力裂纹穿晶脆断的弯折扩展模型见图3,计算其分形维数:

$$N = \frac{L}{L_0} = 3; \quad r = \frac{\varepsilon}{L_0} = \frac{1}{2.236};$$

$$D = \frac{\ln N}{\ln(1/r)} = \frac{\ln 3}{\ln 2.236} = 1.37$$

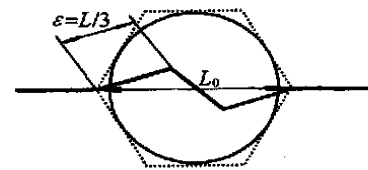


图3 穿晶脆断的分形模型

Fig. 3 Trans-granular fractal model

3) 沿晶和穿晶偶合脆断的分形模型。通过扫描电子显微镜观察稻谷产生应力裂纹的显微图像可以发现,同时发生沿晶脆断和穿晶脆断现象的应力裂纹最多,这种现象为应力裂纹的沿晶和穿晶偶合脆断。应力裂纹沿晶和穿晶偶合脆断的弯折扩展模型见图4,计算其分形维数:

$$N = \frac{L}{L_0} = 5; \quad r = \frac{\varepsilon}{L_0} = \frac{1}{3.605};$$

$$D = \frac{\ln N}{\ln(1/r)} = \frac{\ln 5}{\ln 3.605} = 1.25$$

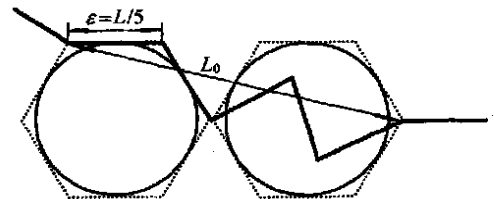


图4 沿晶和穿晶偶合脆断的分形模型

Fig. 4 Along-granular and trans-granular combination fractal model

2.2 应力裂纹的分叉扩展模型

分叉现象是稻谷应力裂纹的主要表现形式之一,无论应力裂纹是何种形态,在扫描电子显微镜一定的放大倍数下,都能观察到稻谷产生的应力裂纹的分叉现象。分叉明显增大了稻谷应力裂纹的不规则性。谢和平等人从理论上研究了裂纹分叉的不规则性对脆性材料断裂韧性的影响^[6],得出了分叉会使脆性材料断裂韧性增大的结论。

如图5所示,假设稻谷第*i*+1步的应力裂纹分

又是在前一步,即第 i 步应力裂纹分叉群的基础上

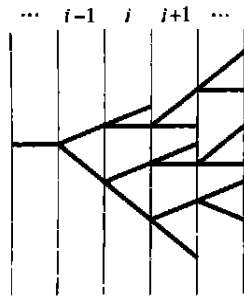


图 5 应力裂纹分叉系统的形成过程

Fig. 5 Bifurcate propagation of stress cracks

连续生成的子群,这就构成了一个自相似的分叉系统。从统计角度来看,可以认为它们具有近似的统计自相似性,因此可以用分形理论来研究这种不规则的自相似现象。由此建立的稻谷应力裂纹分叉扩展的分形模型见图 6。根据图 6 中示出的几何关系计算模型的分形维数:

$$N = \frac{L}{\epsilon} = 3; \quad r = \frac{\epsilon}{L_0} = \frac{1}{2\cos(\alpha/2)};$$

$$D = \frac{\ln N}{\ln(1/r)} = \frac{\ln 3}{\ln[2\cos(\alpha/2)]}$$

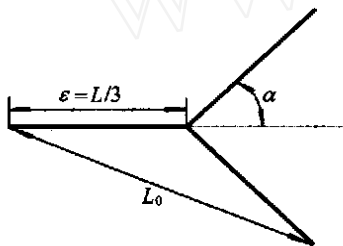


图 6 应力裂纹分叉扩展的分形模型

Fig. 6 Bifurcate propagation fractal model of stress cracks

可以看出,稻谷应力裂纹分叉扩展模型的分形维数 D 与分叉角 α 的大小有很大关系, α 越大则 D 越大。 D 与 α 的关系见表 1。当 α 为 45 时, D 为 1.79。

表 1 分叉扩展模型的分形维数 D 与分叉角 α 的关系

Table 1 Relation between bifurcate propagation fractal dimension and bifurcate angle

分叉角 $\alpha / (^\circ)$	10	20	30	40	50	60	70	80	90
分形维数 D	1.59	1.62	1.67	1.74	1.85	2.00	2.23	2.58	3.17

3 稻谷应力裂纹扩展的动力学分析

对于稻谷籽粒来说,籽实皮组织的内部是胚乳组织和胚组织。胚乳细胞中包含了许许多多形状各异的淀粉颗粒,淀粉颗粒之间是蛋白质间质,它们共同构

成了一个复杂的有机系统。在干燥应力的作用下,稻谷的失效破裂与籽粒内部的非均匀结构有很大的关系。

通过扫描电子显微镜对稻谷应力裂纹的显微结构进行观察,发现稻谷产生的应力裂纹大多按照 Z 字形曲线扩展。这些应力裂纹都是不规则的,长短粗细不相等,扩展方向不一致,并且较大的 Z 字形应力裂纹上往往又有较小的 Z 字形应力裂纹。它们具有不同层次的嵌套结构,而且具有自相似性,在一定的尺度范围内,可以认为它们具有分形结构。

由于应力裂纹的扩展具有弯曲性,所以其实际长度(微观长度) L 要大于其表观长度(宏观长度) L_0 。假设稻谷应力裂纹扩展的不规则路径具有自相似特征时,由分形理论可得

$$L = L_0^D \quad (1)$$

式中: L_0 为码尺,它取决于自相似性存在的范围。

这里引出的“微观长度”和“宏观长度”不是物理学中的通常定义,而是为了描述应力裂纹扩展的实际长度和表观长度的尺度特征而定义的。从宏观尺度上观察,应力裂纹的扩展路径是光滑的规则曲线;而从微观尺度上观察,其扩展路径是弯曲和不规则的。在分形数学中,应力裂纹的长度随着码尺的减小而增大,这就是说,当 $L_0 \rightarrow 0$ 时, $L \rightarrow \infty$ 。

稻谷应力裂纹的扩展过程是自然分形的过程,应力裂纹的长度是有限的,存在一个标度不变的范围,即 $L_{\min} \leq L \leq L_{\max}$ 。在这个范围内,应力裂纹的扩展具有统计的自相似性。 L_{\min} 就是断裂表面的最小颗粒尺寸,由材料的微观结构决定。稻谷应力裂纹显微图像的分析结果表明,胚乳组织中淀粉颗粒之间的蛋白质间质遭到破坏,继而发生断裂,导致了稻谷应力裂纹的曲折性和不规则性;因此, L_{\min} 可以近似地认为是淀粉颗粒尺寸 d ,即 $L_{\min} = d$ 。故式(1)变为

$$\frac{L}{L_0} = \left(\frac{d}{L_0} \right)^{1-D} \quad (2)$$

对于材料的脆性断裂,Griffith^[7]等人提出了裂纹临界扩展力准则,裂纹临界扩展力定义为

$$G_{\text{crit}} = 2 \gamma_s \quad (3)$$

式中 γ_s 为单位宏观量度的表面能。

式(3)表示裂纹是沿着平直的路径扩展的。如果从微观角度研究,任何裂纹都不是平直,而是弯折扩展的,其断裂表面是粗糙的、凹凸不平的,所以式(3)是近似公式。事实上,稻谷胚乳组织中应力裂纹

的扩展是呈 Z 字形前进的,大的 Z 字形中套着小的 Z 字形,也就是说,实际单位厚度的断裂面积要大于宏观度量的断裂面积,由此可得

$$A_{\text{实}} = \frac{L(\)}{L_0} A_{\text{宏}} \quad (4)$$

式中: $A_{\text{实}}$ 为实际单位厚度的断裂面积; $A_{\text{宏}}$ 为宏观度量的断裂面积; $L(\)$ 为不规则裂纹扩展的实际长度。根据式(3)和(4),应力裂纹的临界扩展力应推广为

$$G_{\text{crit}} = 2 \frac{L(\)}{L_0} s \quad (5)$$

显而易见,在一定范围内,晶粒的尺寸越小,则分形表面的面积越大。选择 L_0 为单位长度(1 mm),并以 d 表示淀粉颗粒的尺寸,根据式(2)和(5)可以得到

$$G_{\text{crit}} = 2 s d^{1-D} \quad (6)$$

当 d 等于稻谷淀粉颗粒的平均尺寸(5×10^{-3} mm)时^[8,9],结合沿晶脆断、穿晶脆断、沿晶和穿晶偶合脆断、以及分叉扩展的分形模型,计算稻谷应力裂纹以不同形式扩展时所需要的临界扩展力 G_{crit} ,结果见表 2。可以看出,对同一个 s 值,稻谷应力裂纹的不同扩展形式所需要的临界扩展力 G_{crit} 差别很大。沿晶和穿晶偶合脆断的临界扩展力 < 沿晶脆断的临界扩展力 < 穿晶脆断的临界扩展力 < 分叉扩展的临界扩展力。由此说明,沿晶和穿晶偶合脆断的应力裂纹最容易发生,沿晶脆断的应力裂纹较容易发生,穿晶脆断的应力裂纹较难发生,而分叉扩展的应力裂纹最难发生。

表 2 应力裂纹在不同扩展形式下的分形维数 D 和临界扩展力 G_{crit}

Table 2 Fractal dimension and critical expandable strength of stress cracks

扩展形式	D	G_{crit}
沿晶脆断	1.26	$3.97 \times 2 r_s$
穿晶脆断	1.37	$7.10 \times 2 r_s$
沿晶和穿晶偶合脆断	1.25	$3.76 \times 2 r_s$
分叉扩展	1.79	$65.7 \times 2 r_s$

4 结 论

1) 扫描电子显微镜的观察结果表明,稻谷产生

的应力裂纹具有某种统计的自相似性,即分形特征;因此,可以运用分形理论及其方法对稻谷应力裂纹的扩展过程进行研究。

2) 建立了稻谷产生应力裂纹的 3 种弯折扩展模型,即沿晶脆断、穿晶脆断、沿晶和穿晶偶合脆断的分形模型。应力裂纹发生沿晶脆断的现象较多,其分形维数为 1.26;发生穿晶脆断的现象较少,其分形维数为 1.37;发生沿晶和穿晶偶合脆断的现象最多,其分形维数为 1.25。

3) 建立了稻谷产生应力裂纹的分叉扩展模型,其分形维数与分叉角的大小有关。分叉角越大,模型的分形维数越大。当分叉角为 45° 时,分形维数为 1.79。运用分形理论建立的分形模型,可以很好地描述稻谷应力裂纹的扩展情况。

4) 对稻谷产生应力裂纹的 4 种分形扩展模型进行了动力学分析,得到以下结论:沿晶和穿晶偶合脆断的临界扩展力 < 沿晶脆断的临界扩展力 < 穿晶脆断的临界扩展力 < 分叉扩展的临界扩展力。这说明,沿晶和穿晶偶合脆断的应力裂纹最容易发生,沿晶脆断的次之,穿晶脆断的又次之,而分叉扩展的应力裂纹最不容易发生。

参 考 文 献

- [1] 辛厚文. 分形理论及其应用[M]. 合肥:中国科学技术大学出版社,1993. 456
- [2] 朱文学. 干燥过程中谷物应力裂纹和发芽率的模拟与试验研究[D]. 北京:中国农业大学,1997
- [3] 李 栋. 稻谷干燥应力裂纹生成扩展及抑制的试验研究和机理分析[D]. 北京:中国农业大学,2001
- [4] 卢春生,白以龙. 材料损伤断裂中的分形行为[J]. 力学进展,1990,20(4):465~477
- [5] 林鸿溢,李映雪. 分形论—奇异性探索[M]. 北京:北京理工大学出版社,1994. 331
- [6] 谢和平,张永平,宋晓秋,等. 分形几何—数学基础与应用[M]. 重庆:重庆大学出版社,1991. 205
- [7] 谢和平. 分形—岩石力学导论[M]. 北京:科学出版社,1997. 369
- [8] 余纲哲. 粮食生物化学[M]. 北京:中国商业出版社,1987. 611
- [9] 顾尧臣,刘祖荫. 粮食深加工及综合利用[M]. 北京:科学出版社,1989. 519