

## 单孔微喷带喷灌水分布的数学模型

张录达 封俊 曾爱军 周斌

(中国农业大学信息学院) (中国农业大学作物学院) (农业部规划设计研究院)

**摘要** 为研究微喷带喷灌水的分布特征,依据微喷带单孔喷灌试验得到的数据(喷水角度以  $10^{\circ}$  ~  $90^{\circ}$  设计试验),采用 DUD 非线性数学模型的数据拟合方法,确定了微喷带单孔喷灌水分布的单峰和双峰的非线性数学模型。除  $10^{\circ}$  和  $90^{\circ}$  外,其他喷水角情况下采用双峰模型的拟合精度均明显高于单峰模型。由拟合模型的回归平方和与残差平方和可以看出,模型的拟合精度都很高,表明采用本文中的非线性数学模型,可以较好地描述微喷带喷灌水的分布。这对于进一步精确确定土壤水运动分布状态,同时对于优化设计微喷带设施都具有重要的指导意义。

**关键词** 穿孔式薄壁软管微喷带; 喷水量分布; 数学模型; DUD 算法

中图分类号 S 275.5; O 241.5

## Mathematical Model of Distribution of Water Application Rate With Punched Thin-soft Spray Tape

Zhang Luda<sup>1</sup>, Feng Jun<sup>2</sup>, Zeng Aijun<sup>2</sup>, Zhou Bin<sup>3</sup>

(1. College of Information, China Agricultural University, Beijing 100094, China;

2. College of Crop, China Agricultural University, Beijing 100094, China;

3. Academy of Programming and Design, China Agricultural Ministry, Beijing 100026, China)

**Abstract** The character of water distribution with punched thin-soft spray tape was studied. According to the obtained data from punched thin-soft spray tape and single hole sprinkling trial (designed trial angle of sprinkling water is from  $10^{\circ}$  degree to  $90^{\circ}$  degree), certain non-linear mathematical models of punched thin-soft spray tape single-hole of distributing water of single apex and double apices are made by using data fitting method of DUD arithmetic. Except  $10^{\circ}$  degree and  $90^{\circ}$  degree sprinkle-angle, the fitting precision of all double-apices is evidently higher than that of single-apex. Judging from regression square sum of fitting model and residual square sum, it can be seen that all fitting precision was very high, and adopting non-linear maths model can completely depict the character of the distribution of water application rate with punched thin-soft spray tape. It is greatly instructive for making sure soil water moving distribution and optimizing the design of the punched thin-soft spray tape apparatus instruments.

**Key words** punched thin-soft spray tape; distribution of water application rate; mathematical model; DUD arithmetic

穿孔式薄壁软管微喷带灌溉<sup>[1]</sup>作为一种新的节水灌溉技术,从 20 世纪 80 年代开始引入

收稿日期: 2002-01-31

张录达,北京圆明园西路 2 号 中国农业大学(西校区)信息学院, 100094

我国, 90 年代开始逐步推广应用, 同时, 对其应用及特点方面的研究开始引人注目。微喷带单孔喷水量分布特征是决定多孔组合形式的基础, 因此研究单孔喷水量分布的基本特征对多孔组合方式的设计和应用具有重要意义。笔者依据微喷带单孔灌溉试验数据进行了喷灌水分布特征的基础研究。

### 1 试验方法

采用喷孔直径为 0.7 mm 的微喷带; 水压 50 kPa; 积水台上设置积水阵, 由横纵 16 × 18 个积雨筒构成, 积雨筒横向间隔 5 cm, 纵向间隔 10 cm, 容量 50 mL; 在微喷带上不同位置穿孔得到不同的喷水角度, 喷水角 10°, 20°, ..., 90°; 喷水时间 1 h, 记录水的分布强度。水分布“阵”距水管的最近距离如表 1 所示。

表 1 不同喷水角度水分布“阵”距水管的最近距离

喷水角/(°)	10	20	30	40	50	60	70	80	90
距离/m	1.37	1.77	1.73	1.48	1.4	1.13	1.2	0.5	0

### 2 模型的建立及 DUD 算法原理<sup>[2]</sup>

设  $X_k = (x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{km})$  和  $y_k (k = 1, 2, \dots, n)$  为试验数据, 且  $(X_k, y_k)$  满足数学模型

$$y = f(X; \Theta) + \epsilon \tag{1}$$

其中  $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)^T$  为参数向量。采用 DUD 算法确定参数向量  $\Theta$

1) 给定适当的  $p + 1$  个参数向量  $\Theta$  的  $p + 1$  个初值

$$\Theta_i = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)^T \quad i = 1, 2, \dots, p + 1$$

计算可逆的差分矩阵  $\Delta\Theta$ ,  $\Delta\Theta$  的第  $i$  列为参数向量的差分  $\Theta_i - \Theta_{i+1} (i = 1, 2, \dots, p)$ 。

2) 考虑模型(1)的近似线性模型

$$y = f(X; \Theta_{p+1}) + (\Delta f)^T \alpha + \epsilon \tag{2}$$

其中: 参数向量

$$\alpha = (\Delta\Theta)^{-1} (\Theta_i - \Theta_{i+1})$$

$\Delta f$  为差分向量

$$\Delta f = f(X; \Theta_i) - f(X; \Theta_{i+1})$$

采用最小二乘法由试验数据确定模型(2)中参数向量  $\alpha$  的最小二乘估计

$$\hat{\alpha} = ((\Delta f)^T (\Delta f))^{-1} (\Delta f)^T (Y - f(X; \Theta_{p+1}))$$

3) 以  $\hat{\alpha}$  确定  $\Theta$  的估计  $\Theta_{p+2} = \Theta_{p+1} + \Delta\Theta\hat{\alpha}$ ;

4) 以  $\Theta_{p+2}$  代替  $\Theta_{p+1}$ ,  $\Theta_{p+1}$  代替  $\Theta_p, \dots, \Theta_2$  代替  $\Theta_1$ ; 重复以上过程, 直到参数向量序列  $\{\Theta_i\}$  收敛为止。

### 3 结果与讨论

针对试验数据表现出的喷灌水分布的单峰与双峰的特征, 分别采用二元函数的单峰与双峰模型

$$y = K \exp\{-[a(x_1 - m_1)^2 + b(x_1 - m_1)(x_2 - m_2) + c(x_2 - m_2)^2]\} \tag{3}$$

$$y = K_1 \exp\{-[a_1(x_1 - m_1)^2 + b_1(x_1 - m_1)(x_2 - m_2) + c_1(x_2 - m_2)^2]\} + K_2 \exp\{-[a_2(x_1 - u_1)^2 + b_2(x_1 - u_1)(x_2 - u_2) + c_2(x_2 - u_2)^2]\} \quad (4)$$

式(3)和(4)中:  $x_1, x_2$  分别为水分布“阵”横(喷管方向)、纵(喷水方向)坐标, cm;  $y$  为  $(x_1, x_2)$  处单位面积(一个积雨筒的面积)水分布强度,  $\text{mm} \cdot \text{h}^{-1}$ , 其他均为待估计参数。利用 SAS 软件中 DUD 算法模块进行数据拟合, 喷水角为 10 的单峰模型(式(3))拟合结果见图 1; 喷水角为 40° 的双峰模型(式(4))拟合结果见图 2。

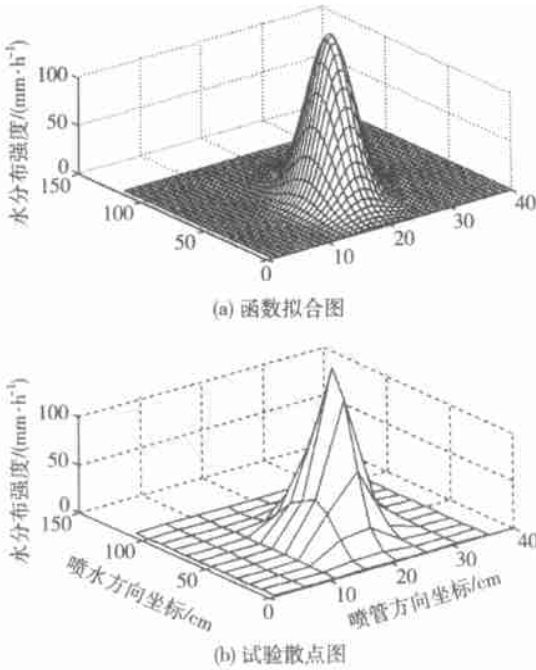


图 1 喷水角为 10 时水分布强度单峰函数拟合图与试验散点图

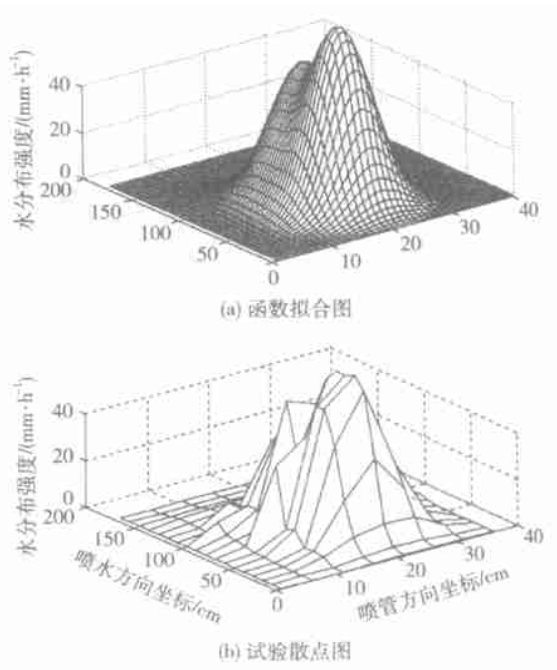


图 2 喷水角为 40 时水分布强度双峰函数拟合图与试验散点图

不同喷水角时模型(3)和(4)拟合的回归参数估计值及回归结果见表 2 和 3。

表 2 不同喷水角时单峰模型拟合的回归参数估计值及回归结果

参数	喷水角/(°)								
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$m_1$	20.79	14.68	16.14	19.42	22.16	19.46	22.50	16.41	18.06
$m_2$	50.16	61.09	64.41	67.89	52.67	52.22	49.85	49.23	- 1.017
$K$	167.35	76.95	57.28	75.08	45.28	43.48	144.20	215.00	44.88
$a$	- 0.055	- 0.025	- 0.020	- 0.249	- 0.018	- 0.017	- 0.020	- 0.016	- 0.008
$b$	0.053 0	0.000 4	- 0.001 6	- 0.000 6	0.001 1	- 0.000 8	0.004 4	- 0.006 9	0.000 8
$c$	- 0.002 0	- 0.000 9	- 0.000 6	- 0.000 6	- 0.000 4	- 0.000 9	- 0.001 5	- 0.003 7	- 0.003 6
回归平方和	90 411.4	40 427.8	30 570.4	47 971.9	23 259.4	19 009.6	124 349.1	205 183.5	11 941.7
残差平方和	573.61	2 481.77	2 851.19	3 626.89	4 410.23	2 727.85	4 709.84	4 542.77	301.60

表 3 不同喷水角时双峰模型拟合的回归参数估计值及回归结果

参数	喷水角/ $^{\circ}$								
	10	20	30	40	50	60	70	80	90
$m_1$	20.780	14.635	17.083	19.628	21.318	19.388	21.720	15.873	4.163
$m_2$	50.410	51.066	50.763	50.711	32.749	55.153	38.286	50.058	- 7.797
$K_1$	164.450	82.564	68.787	74.438	67.907	40.068	126.278	209.917	- 1.851
$a_1$	- 0.056 0	- 0.032 9	- 0.026 4	- 0.027 0	- 0.035 2	- 0.015 2	- 0.022 1	- 0.015 0	1.231 0
$b_1$	0.005 0	0.001 7	0.000 3	- 0.002 5	- 0.001 9	- 0.000 7	0.009 8	- 0.006 3	- 2.321 0
$c_1$	- 0.002 0	- 0.001 9	- 0.002 1	- 0.001 8	- 0.003 9	- 0.000 6	- 0.005 3	- 0.003 5	1.092 8
$u_1$	22.080	14.989	14.209	19.461	22.000	19.585	23.316	155.905	18.060
$u_2$	41.320	85.360	94.426	92.818	78.158	31.714	63.142	48.792	- 1.014
$K_2$	4.950 0	39.120 0	33.524 0	52.960 0	31.316 0	52.424 0	110.270 1	0.000 1	44.840 0
$a_2$	- 0.010 0	- 0.011 5	- 0.012 5	- 0.020 7	- 0.009 1	- 0.093 3	- 0.022 0	- 0.387 8	- 0.008 5
$b_2$	0.004 00	0.000 70	- 0.000 01	0.000 28	- 0.000 4	- 0.025 10	0.006 50	0.311 80	0.000 80
$c_2$	- 0.013 00	- 0.002 90	- 0.001 50	- 0.001 50	- 0.000 11	- 0.297 40	- 0.003 50	- 0.095 50	- 0.003 50
回归平方和	90 437.9	41 909.8	32 818.5	49 701.2	26 716.6	20 467.7	126 569.9	205 881.3	11 941.7
残差平方和	547.16	999.78	603.11	1 897.51	953.05	1 269.76	2 489.04	3 844.90	301.60

比较表 1 和表 2 中的残差平方和可以看出, 除 10 和 90 外, 其他喷水角情况下采用双峰模型(式(4))的拟合结果精度都明显高于单峰模型, 但是有关喷灌水分布双峰模型的机理有待进一步研究。由回归平方和与残差平方和可以看出, 模型(3)和(4)都有很高的拟和精度, 可以较好地描述喷灌水的分布特征。通过不同角度喷灌水分布模型的数据拟合, 可以精确地掌握微喷带灌溉水分布情况, 这对于精确确定土壤水运动分布状态, 及优化设计微喷带设施都具有重要指导意义。

### 参 考 文 献

- 1 张学军, 沈学民, 郝芳洲 实用软管微灌技术 郑州: 中原农民出版社, 1998 75p
- 2 Rolston M L, Jennrich R I DUD, a derivative-free algorithm for nonlinear least squares Technometrics, 1978, 20(1): 7~ 14