

冬小麦生产经济收益的多元正交多项式 回归预测模型

裴鑫德^① 张起刚 王声斌
(基础科学技术学院)

摘要 对冬小麦灌水,施 P_2O_5 、施纯氮各三水平条件下,进行全因素试验,得到了高产高收益的三因素的最佳组合。采用多元正交多项式回归方法建立了冬小麦生产经济收益预测的多元正交多项式回归模型。经 F 检验,说明施磷对经济收益影响显著,灌水对经济收益影响亦显著,而施纯氮影响不显著。方差估计 $\hat{\sigma} = 435.7949$,预报每公顷经济收益 \hat{W} 的 95% 置信区间为 $\hat{W} \pm 1.96 \hat{\sigma} = \hat{W} \pm 854.158$,效果较好。

关键词 冬小麦; 经济收益; 多元正交多项式回归模型

中图分类号 S11

Multivariate Orthogonal Polynomial Regression Forecasting Model of Economical Effect on Winter Wheat Production

Pei Xinde Zheng Qigang Wang Shengbin
(College of Basic Science and Technology)

Abstract We have got highly yielding and highly economic effect combinations through complement factor experiment for watering and fertilizing with three levels for wheat production. We have build the multivariate orthogonal polynomial regression forecasting model of the economical effect on winter wheat production. The factors of P_2O_5 and watering are significant at level $\alpha=0.01$ for the economical effect by F test, but nitrogen application is not significant. Variance estimate is $\hat{\sigma} = 435.7949$, the confidence interval of economical effect estimate value \hat{W} in 95% is $\hat{W} \pm 1.96 \hat{\sigma} = \hat{W} \pm 854.158$ per ha.

Key words winter wheat; economicsal effect; multivariate orthogonal polynomial regression model

冬小麦生产如何达到高产高收益是生产中的重要课题。本研究希望通过多因素多水平试验即通过灌水、施磷 P_2O_5 、施纯氮各三水平的全因素试验找出高产和高收益的最佳水肥组合,并采用多元正交多项式回归方法建立预测模型及分析影响高收益的主次因子,探索灌水、施磷、施纯氮的主次关系及相互关系,为冬小麦生产的高产高收益研究寻求肥水的最佳

收稿日期: 1996-01-10

^①裴鑫德,北京圆明园西路 2 号中国农业大学(西校区),100094

组合,为提高冬小麦高收益生产及预测提供参考,本试验是在河北省大名县(黄河故道)北京农大沙改实验站进行的,该地为半干旱地区,土壤为细质沙土,年降水量 500 mm 左右且分配不均集中在 6~8 月份。

1 材料与方方法

灌水 G 分三水平,即灌 7 次(记作 G_7)、4 次(记作 G_4)及 2 次(记 G_2),施磷 P_2O_5 分三水平,即不施(记作 P_0)、施 $180 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ (记作 P_1),施 $360 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ (记 P_2),施纯氮亦分三水平,即不施(记作 N_0),施纯氮 $168.75 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ (记 N_1)及施纯氮 $337.5 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ (记 N_2),共进行 27 组全因素试验,每组两次重复。试验结果采用产量转换成经济收益(净收益),进行极差分析。利用多元正交多项式回归建立冬小麦每公顷净收益与灌水、施磷与施纯氮关系的预测模型,并进行统计分析。

2 结果与分析

2.1 27 组全因素试验

产量结果和经济收益值结果分别见表 1 及表 2,每公顷经济收益计算采用公式:

每公顷收益(元) = 每公顷产量 $\times 1.5$ - 每公顷施磷量 $\times 3.5$ - 每公顷施氮量 $\times 4$ - 灌水次数 $\times 150$

其中小麦售价按 $1.5 \text{ 元} \cdot \text{kg}^{-1}$, P_2O_5 按 $3.5 \text{ 元} \cdot \text{kg}^{-1}$, 纯氮按 $4 \text{ 元} \cdot \text{kg}^{-1}$, 每灌水一次按 $150 \text{ 元} \cdot \text{hm}^{-2}$ 计算。

表 1 冬小麦 27 组试验的产量及排序 $\text{kg} \cdot \text{hm}^{-2}$

灌水/次	施磷/ $\text{kg} \cdot \text{hm}^{-2}$	施氮/ $\text{kg} \cdot \text{hm}^{-2}$		
		0	168.75	337.5
7	0	5 062.5 (22)	5 421.15 (20)	5 521.5 (19)
	180	6 594 (9)	7 317 (4)	8 125.5 (1)
	360	6 334.5 (10)	7 639.5 (3)	8 025 (2)
4	0	4 773 (24)	4 848 (23)	5 074.5 (21)
	180	6 108 (16)	7 059 (7)	7 239 (6)
	360	6 259.5 (12)	6 954 (8)	7 246.5 (5)
2	0	3 982.5 (27)	4 197 (26)	4 486.5 (25)
	180	5 713.5 (18)	6 117 (15)	6 177 (13)
	360	5 868 (17)	6 330 (11)	6 126 (14)

表 1 中圆括号内的数字表示 27 组试验每公顷产量按大小排列的顺序,其中(1),(2),(3)组产量($\text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$)均超过 $7\ 600\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$,它们的水肥条件要求高,均为灌水 7 次,施 P_2O_5 在 $180\sim 360\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$,施纯氮在 $168.75\sim 337.5\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$ 。产量超过 $6\ 000\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$ 但小于 $7\ 500\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$ 的有(4)至(6)组,分析其水肥要求可以看出,在灌水 4 至 7 次条件下,只要施 P_2O_5 $180\sim 360\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$,施纯氮 $0\sim 337.5\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$ 时,产量均达到 $6\ 000\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$ 以上,但如不施 P_2O_5 ,即使灌水 4~7 次,施纯氮 $168.75\sim 337.5\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$,产量亦达不到 $6\ 000\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$,在灌水二次条件下,产量达到 $6\ 000\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$ 以上的有(11),(13),(14)及(15)4 组,从这 4 组情况看,在灌水二次条件下,只要施 P_2O_5 $180\sim 360\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$,施纯氮 $168.75\sim 337.5\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$,产量也可超过 $6\ 000\ \text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$ 。

表 2 冬小麦 27 组试验的经济收益值及排序

元 $\cdot\text{hm}^{-2}$

灌水/次	施磷 P_2O_5 / $\text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$	施氮 $\text{N}/\text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$					
		0		168.75		337.5	
7	0	6 543.75	(19)	6 406.72	(20)	5 882.25	(23)
	180	8 211.00	(7)	8 620.50	(3)	9 158.25	(1)
	360	7 191.75	(16)	8 474.25	(4)	8 377.50	(5)
4	0	6 559.50	(18)	5 997	(22)	5 661.75	(25)
	180	7 932.0	(8)	8 683.5	(2)	8 278.50	(6)
	360	7 529.25	(13)	7 896	(9)	7 659.75	(10)
2	0	5 673.75	(24)	5 320.50	(26)	5 079.75	(27)
	180	7 640.25	(11)	7 570.50	(12)	6 985.50	(17)
	360	7 242.00	(15)	7 260.00	(14)	6 279.00	(21)

从表 2 看出,收益值(元 $\cdot\text{hm}^{-2}$)由大到小的排序组号与表 1 中产量($\text{kg}\cdot\text{hm}^{-2}$)的各组排序组号已不完全一致。

2.2 每公顷收益值的极差分析结果见表 3。

表 3 每公顷收益值结果的极差分析

项 目	灌水 G	施磷 P_2O_5	施纯氮 N
K_1	68 865.975	67 909.5	63 362.25
K_2	66 197.25	73 080	66 228.975
K_3	59 051.25	53 124.975	64 523.25
\bar{k}_1	7 651.775	7 545.5	7 040.25
\bar{k}_2	7 355.25	8 120	7 358.775
\bar{k}_3	6 561.25	5 902.775	7 169.250
极差 R	1 090.525	2 217.225	318.525

表3中对灌水 G , K_1 为所有灌水7次的9组试验收益之和, \bar{k}_1 为其均值。 K_2 为所有灌水4次的9组试验收益之和, \bar{k}_2 为其均值, K_3 为所有灌水二次的9组试验收益之和, \bar{k}_3 为其均值。同样地, 对施磷 P 的 K_1, K_2 及 K_3 的值分别为施磷 $360 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}, 180 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ 及 $0 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ (即不施磷)三水平的各9组试验收益之和, \bar{k}_1, \bar{k}_2 及 \bar{k}_3 分别为其均值。对施纯氮 N , K_1, K_2 及 K_3 值, 则分别为施纯氮 $337.5 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}, 168.75 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ 及 $0 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ (即不施氮)三水平的各9组试验收益之和, 且 \bar{k}_1, \bar{k}_2 及 \bar{k}_3 分别为其均值, 对三因素 G, P, N 的极差分别为 $R_G=1\ 090.525, R_P=2\ 217.225, R_N=318.525$, 如用因素水平为横坐标, 每公顷平均收益为纵坐标, 可得各因素与每公顷平均收益的关系如图1。比较3个因素的极差值 R 知施磷的极差值 R_P 最大, 灌水 R_G 次之, 施纯氮 R_N 最小, 极差值越大反映该因素的水平变动时, 收益值的变化越大, 即该因素对收益的影响越大, 因此本试验的因素对每公顷平均收益的影响主次顺序为 $P \rightarrow G \rightarrow N$ 。即施磷对每公顷平均收益影响最大, 其次是灌水, 施纯氮影响最小。由表3及图1知, 灌水7次的每公顷平均

收益最大, 其次是4次, 二次收益最小, 对施磷, 施 $180 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ 收益最大, 施 $360 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ 次之, 不施最小, 对施纯氮, 施 $168.75 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ 收益最大, 施 $337.5 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$ 收益最小, 不施居中, 但对施氮来说, 由于其极差 R_N 较小, 所以施氮的3个水平对每公顷平均收益差异不明显, 如果将各因素的较好水平组合起来, 一般会得到较好的生产条件, 如本研究的灌水7次, 施磷 $180 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$, 施纯氮 $168.75 \sim 337.5 \text{ kg} \cdot \text{hm}^{-2}$, 则可得较高的每公顷收益, 由图1还可看出各因素的不同水平对每公顷平均收益的影响变化趋势。

2.3 冬小麦生产收益的多元正交多项式回归预测模型

对27组冬小麦每公顷收益值数据及图1分析表明, 对施磷、施纯氮宜配二次多项式, 对灌水宜配一次多项式, 如施磷、施氮与灌水三因素分别用变量 x, y 及 z 表示, 每公顷收益值用变量 W 表示, 则各因素三水平的均值分别为 $\bar{x}=180, \bar{y}=168.75, \bar{z}=4.33$, 此外, x, y 间还应考虑交互作用, 综上, 每公顷平均收益值 W 与 x, y, z 之间的关系则得三元多项式回归模型为:

$$W_\alpha = b_{00} + b_{10}x_\alpha + b_{20}x_\alpha^2 + b_{01}y_\alpha + b_{02}y_\alpha^2 + b_{11}x_\alpha y_\alpha + b_{12}x_\alpha y_\alpha^2 + b_{21}x_\alpha^2 y_\alpha + b_{22}x_\alpha^2 y_\alpha^2 + c_1 z_\alpha + \epsilon_\alpha, \quad \alpha = 1, 2, \dots, 27 \quad (1)$$

当选用 $N=3$ 的一次和二次的正交多项式分别代替(1)式中的 x, y, x^2 和 y^2 , 选用 $Z_1(z) = z - \bar{z}$ 代替 z , 虽然 z 的取值不是等间隔的, 但获得一次正交多项式并不要求这一条件^[1], 在 z 的三水平下, $Z_1(z)$ 的取值分别为 $Z_1(2) = -2.33, Z_1(4) = -0.33, Z_1(7) = 2.67$, 于是(1)即成为多元正交多项式回归模型

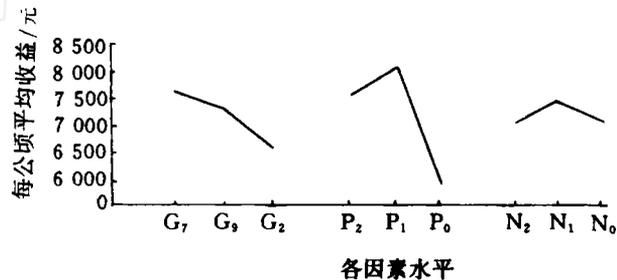


图1 各因素不同水平的平均收益值

$$W_{\alpha} = b_{00} + b_{10}X_1(x_{\alpha}) + b_{20}X_2(x_{\alpha}) + b_{01}Y_1(y_{\alpha}) + b_{02}Y_2(y_{\alpha}) + b_{11}X_1(x_{\alpha})Y_1(y_{\alpha}) \\ + b_{12}X_1(x_{\alpha})Y_2(y_{\alpha}) + b_{21}X_2(x_{\alpha})Y_1(y_{\alpha}) + b_{22}X_2(x_{\alpha})Y_2(y_{\alpha}) + c_1Z_1(z_{\alpha}) + \epsilon_{\alpha} \quad \alpha = 1, 2, \dots, 27 \quad (2)$$

其中

$$\begin{cases} X_1(x) = \Psi_1(x) = \frac{x - \bar{x}}{h} = \frac{1}{180}(x - 180), h = 180, \\ X_2(x) = 3\Psi_2(x) = 3\left[\left(\frac{x - \bar{x}}{h}\right)^2 - \frac{N^2 - 1}{12}\right] = \frac{1}{60 \times 180}(x - 180)^2 - 2, N = 3, \\ Y_1(y) = \Psi_1(y) = \frac{y - \bar{y}}{h} = \frac{1}{168.75}(y - 168.75), h = 168.75 \\ Y_2(y) = 3\Psi_2(y) = 3\left[\left(\frac{y - \bar{y}}{h}\right)^2 - \frac{N^2 - 1}{12}\right] = 0.0001(y - 168.75)^2 - 2, N = 3 \\ Z_1(z) = z - \bar{z} = z - 4.3333 \end{cases} \quad (3)$$

关于(2)的参数计算与偏回归平方和的计算在表4中进行^[1,4],表4中 S_j 行的各数值分别为该值上面同列的27个值的平方和,如 $\sum_{i=1}^{27} X_i^2(x_i) = 18$, $\sum_{i=1}^{27} [X_1(x_i)Y_1(y_i)]^2 = 12$ 等等。 B_j 行的值分别为该值所在列的27个值分别与 W 列的对应的27个值的乘积和,如 $\sum_{i=1}^{27} X_1(x_i)W_i = 14\ 784.525$, $\sum_{i=1}^{27} Y_1(y_i)W_i = -1\ 161$ 等等。

回归系数的显著性检验见方差分析表5,方差分析结果说明,交互作用项 X_1Y_1 , X_1Y_2 , X_1Y_1 及 X_2Y_2 均不显著,一次项 Y_1 及二次项 Y_2 亦不显著,一次项 X_1 、 Z_1 及二次项 X_2 均极显著,将不显著的因子剔除,则得所求的多元正交多项式回归预测模型为

$$\hat{W} = 7\ 189.425\ 2 + 821.362\ 5X_1(x) - 465.287\ 5X_2(x) + 209.257Z_1(z), \quad (4)$$

如果将(3)式中的 $X_1(x)$, $X_2(x)$ 及 $Z_1(z)$ 代入(4),则有

$$\hat{W} = 4\ 996.064\ 6 + 20.109\ 2x - 0.043\ 1x^2 + 209.257z, \quad (5)$$

(4)与(5)两式均可用来对冬小麦每公顷平均收益值进行预报,称为冬小麦每公顷平均收益值的多元正交多项式回归预测模型,且由方差分析知回归效果显著,预报中的方差 σ^2 的估计量可从表5中得到,在表5中将不显著的偏回归平方和(共有6项)合并到剩余平方和中,则得方差 σ^2 的估计量为

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{2\ 880\ 246 + 74\ 884.5 + 387\ 172.2 + 523\ 545.19 + 239\ 047.66 + 263\ 169 + 31.20\ 19}{17 + 6} \\ = 189\ 917.21$$

$$\hat{\sigma} = 435.794\ 9$$

因此预报冬小麦每公顷平均收益 \hat{W} 的95%的置信区间为 $\hat{W} \pm 1.96\hat{\sigma} = \hat{W} \pm 854.158$.

冬小麦多元正交多项式回归预测模型的预测值与实测值比较见表6。

预测结果说明,多元正交多项式回归模型对预测多因素多水平农业试验结果有实际参考价值。

表4 三元正交多项式回归计算

No.	x	y	z	X ₁ (x)	X ₂ (x)	Y ₁ (y)	Y ₂ (y)	X ₁ Y ₁	X ₁ Y ₂	X ₂ Y ₁	X ₂ Y ₂	Z ₁	W
1	0	0	2	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-2.333	5 673.75
2	0	0	4	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	-0.333	6 559.5
3	0	0	7	-1	1	-1	1	1	-1	1	1	2.667	6 543.75
4	0	168.75	2	-1	1	0	-2	0	2	-2	-2	-2.333	5 320.5
5	0	168.75	4	-1	1	0	-2	0	2	-2	-2	-0.333	5 997
6	0	168.75	7	-1	1	0	-2	0	2	-2	-2	2.667	6 406.725
7	0	337.5	2	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-2.333	5 079.75
8	0	337.5	4	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	-0.333	5 661.75
9	0	337.5	7	-1	1	1	1	-1	-1	1	1	2.667	5 882.25
10	180	0	2	0	-2	-1	1	0	0	2	-2	-2.333	7 640.25
11	180	0	4	0	-2	-1	1	0	0	2	-2	-0.333	7 932
12	180	0	7	0	-2	-1	1	0	0	2	-2	2.667	8 211
13	180	168.75	2	0	-2	0	-2	0	0	0	4	-2.333	7 570.5
14	180	168.75	4	0	-2	0	-2	0	0	0	4	-0.333	8 683.5
15	180	168.75	7	0	-2	0	-2	0	0	0	4	2.667	8 620.5
16	180	337.5	2	0	-2	1	1	0	0	-2	-2	-2.333	6 985.5
17	180	337.5	4	0	-2	1	1	0	0	-2	-2	-0.333	8 278.5
18	180	337.5	7	0	-2	1	1	0	0	-2	-2	2.667	9 158.25
19	360	0	2	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-2.333	7 242
20	360	0	4	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	-0.333	7 529.25
21	360	0	7	1	1	-1	1	-1	1	-1	1	2.667	7 191.75
22	360	168.95	2	1	1	0	-2	0	-2	0	-2	-2.333	7 260
23	360	168.75	4	1	1	0	-2	0	-2	0	-2	-2.333	7 896
24	360	168.75	7	1	1	0	-2	0	-2	0	-2	2.667	8 474.25
25	360	337.5	2	1	1	1	1	1	1	1	1	-2.333	6 279
26	360	337.5	4	1	1	1	1	1	1	1	1	-0.333	7 659.75
27	360	337.5	7	1	1	1	1	1	1	1	1	2.667	8 377.5
S _j				18	54	18	54	12	36	36	108	114	ΣW=194 114.48
B _j				14 784.525		-1161		2 506.5		-307 8		23 855.301	ΣW ² =1.428 765 6×10 ⁹
						-25 125.525		-4 572.45		-2 933.55		58.05	S _T =ΣW ² -(ΣW) ² /27
													=33 194 032
d _j = $\frac{B_j}{S_j}$				821.3625		-64.5		208.875		-85.5		209.25 70	d ₀ =ΣW/27=7 189.425 2
						-465.287 5		-84.675		-81.487 5		0.537 5	ΣQ _j =30 313 786
Q _j = $\frac{B_j^2}{S_j}$				12 143 454		74 884.5		523 545.19		263 169		4 991 889.3	S _R =S _T -ΣQ _j
						11 690 593		387 172.2		239 047.66		31.209 1	=2 880 246

表 5 方差分析表

来 源		平方和 SS	自由度 DF	均方 MS	F
磷 x	X_1	12 143 454	1	12 143 454	71.67** $F_{0.01}(1,17)=8.4$
P_2O_5	X_2	11 690 593	1	11 690 593	69.00** $F_{0.05}(1,17)=4.45$
氮 y	Y_1	74 884.5	1	74 884.5	0.442 0
	Y_2	387 172.2	1	387 172.2	2.285 2
交互作用	X_1Y_1	523 545.19	1	523 545.19	3.090 1
	X_1Y_2	239 047.66	1	239 047.66	1.410 9
	X_2Y_1	26 3169	1	263 169	1.553 3
	X_2Y_2	31.209 1	1	31.201 9	0.000 2
灌水 z	Z	4 991 889.3	1	4 991 889.3	29.46 35**
回归		30 313 786	9	3 368 198.4	19.88**
剩余		2 880 246	17	169 426.24	
总计		33 194 032	26		

表 6 多元正交多项式回归模型预测值与实测值比较

序 号	实测值 W	预测值 \hat{W}	$W-\hat{W}$	序号	实测值 W	预测值 \hat{W}	$W-\hat{W}$
1	5 673.73	5 414.578 6	259.171 4	15	8 620.5	8 684.079 6	-63.579 6
2	6 559.5	5 833.092 6	726.407 4	16	6 985.5	7 637.794 6	-652.294 6
3	6 543.75	6 460.863 6	82.886 4	17	8 278.5	8 056.308 6	222.191 4
4	5 320.5	5 414.578 6	-94.078 6	18	9 158.25	8 684.079 6	474.170 4
5	5 997	5 833.092 6	163.907 4	19	7 242	7 068.130 6	173.869 4
6	6 406.725	6 460.863 6	-54.138 6	20	7 529.25	7 486.716 6	42.533 4
7	5 079.75	5 414.578 6	-334.828 6	21	7 191.75	8 114.415 6	-922.665 6
8	5 661.75	5 833.092 6	-171.342 6	22	7 260	7 068.130 6	191.869 4
9	5 882.25	6 460.863 6	-578.613 6	23	7 896	7 486.716 6	409.283 4
10	7 640.25	7 637.794 6	2.455 4	24	8 474.25	8 114.415 6	359.834 4
11	7 932	8 056.308 6	-124.308 6	25	6 279	7 068.130 6	-789.130 6
12	8 211	8 684.079 6	-473.079 6	26	7 659.75	7 486.716 6	173.033 4
13	7 570.5	7 637.794 6	-67.294 6	27	8 377.5	8 114.415 6	262.884 4
14	8 683.5	8 056.308 6	627.191 4				

参 考 文 献

- 1 菲诗松等编著. 回归分析及其试验设计. 上海: 华东师范大学出版社, 1981: 109~130
- 2 裴鑫德编著. 多元统计分析及其应用. 北京: 北京农业大学出版社, 1991: 455~473
- 3 Draper N R, et al. Applied Regression Analysis. 2Edition. John wiley and sons, 1981, 266~274
- 4 中国科学院数学研究所数理统计组编. 回归分析方法. 北京: 科学出版社, 1974: 77~85