

锥面二次包络环面蜗杆副的修形^①

康密军^② 董学朱

张德华

(机械工程学院)

(首钢蜗轮副研究开发中心)

摘要 建立了锥面二次包络环面蜗杆传动啮合分析的数学模型,引入了生产中便于实现的各种修形参数,总结出确定修形类型的规则,编制了啮合分析软件包,提出求解齿面实际接触区域的方法,并根据相位分析法研究了各种类型传动的齿面结构,分析了蜗杆边齿变尖和根切的影响因素。对标准传动进行了全面的啮合分析,首次对 Δb 修形传动进行了研究,并对Ⅰ型和Ⅱ型修形传动进行了啮合分析。理论计算的齿面接触区域与实验获得的齿面接触印痕相符。

关键词 环面蜗杆传动;锥面包络;啮合分析;齿面修形

中图分类号 TH132.44

Tooth Modification of Cone-Generated Double Enveloping Worm Gear Pair

Kang Mijun Dong Xuezhuzhu

Zhang Dehua

(Mechanical Engineering College, CAU) (Worm Gear Studying and Developing Centre of Shougang)

Abstract A mathematical model about gear meshing analysis of cone-generated double enveloping worm gearing is built and various modification parameters available in manufacturing are introduced. The rule identifying modification type is advanced and worm gear pairs are classified as standard worm, Δb modification worm and comprehensive modification worm (including type I and type II). A computer software package is developed successfully. The tooth contact pattern is calculated and a method determining structure of worm gear tooth flank on the basis of phase analysis is proposed for all worm types. The factors which affect worm tooth top thickness and tooth undercut are also analyzed. Gear meshing analysis on standard worm and comprehensive modification worm are completed. Δb modification worm and its meshing feature are studied for the first time. Theoretical tooth contact pattern is well conformed with experimental tooth bearing.

Key words double enveloping worm gearing; cone-generating; gear meshing analysis; tooth flank modification

收稿日期:1995-09-19

①高等学校博士学科点专项科研基金资助项目

②康密军,北京清华东路17号中国农业大学(东校区)52信箱,100083

锥面二次包络环面蜗杆副,多齿双线接触,蜗杆可以磨齿,承载能力大,效率高,在避免蜗杆边齿顶变尖和减少蜗杆根切危险性方面优于平面二包蜗杆副,适用于小传动比多头蜗杆传动。目前国内外生产和研究的锥面二次包络环面蜗杆副,都局限于蜗杆不修形的标准传动^①,缺点是蜗轮齿面上存在容易失效的二次接触区;蜗轮齿面右边存在大片过渡曲面,使蜗轮齿面未得到充分利用,文献中数学模型公式十分冗长,只能作一些简单的计算,不可能用来对宏观和微观的啮合质量作深层次的研究。

笔者提供一套功能齐全而又简捷的数学模型,其中包含便于生产采用的各种修形参数。文中用编成的软件包进行大量计算,全面研究锥面二次包络环面蜗杆副的修形问题,获得了满意的结果。

1 锥面二次包络环面蜗杆副啮合分析的数学模型

1.1 坐标系的选择

图 1 所示为产形轮 o (砂轮座)、蜗杆 1、蜗轮 2 和产形面 Σ_0 (砂轮锥面) 的相对位置。 r_b 为基圆半径, h 为砂轮锥面直母线与基圆相切点至锥顶的距离, a 为蜗杆副的中心距; ω_0, ω_1 和 ω_2 为产形轮、蜗杆(或滚刀)和蜗轮的角速度向量,其转角分别为 φ_0, φ (或 φ_1) 和 φ_2 。蜗杆副的传动比 $i_{12} = z_2/z_1$ 。

取静坐标系 σ_0, σ_{01} 和 σ_{02} 与机架固连,其中 k_0, k_{01} 和 k_{02} 与产形轮、蜗杆和蜗轮回转轴线重合; $i_{01} = i_{02}$ 与蜗杆蜗轮两轴线的公垂线重合。

取动坐标系 σ_d, σ_1 和 σ_2 分别与产形轮、蜗杆和蜗轮固连,在初始位置 $\varphi_0 = \varphi_1 = \varphi_2 = 0, \sigma_d, \sigma_1$ 和 σ_2 分别与 σ_0, σ_{01} 和 σ_{02} 重合。

第 1 次包络,由产形面 Σ_0 展成蜗杆齿面 Σ_1 。产形轮位置修形参数为: Δa (中心距增大值), Δb

(σ_0 坐标原点 o_0 垂直于蜗杆轴线下降值), Δc (o_0 沿蜗杆轴线方向右移值) 和 $\Delta \epsilon$ (产形轮轴线绕

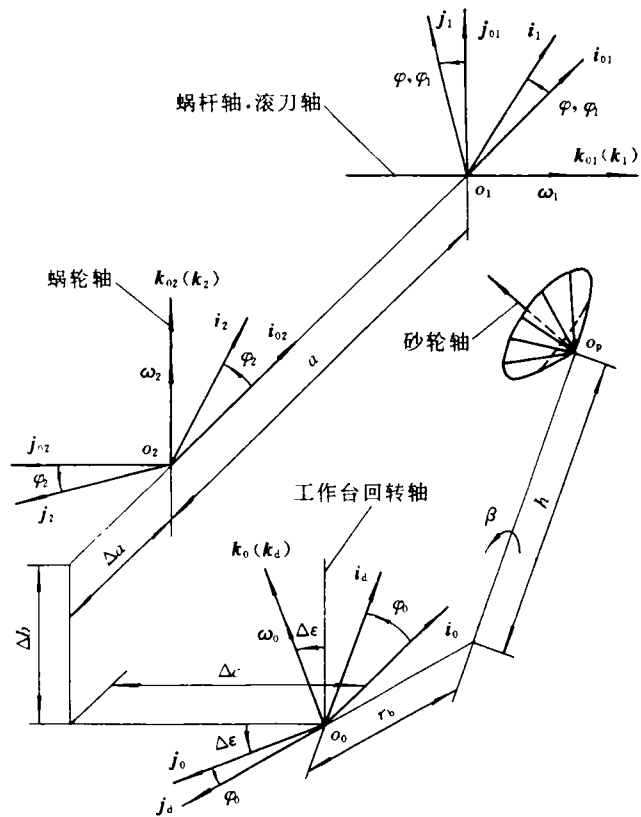


图 1 砂轮、产形轮、蜗杆和蜗轮的相对位置

①张德华,朱启庄.锥面包络环面蜗杆副的设计制造.首钢机械厂,1986

i_0 逆时针转过的角度);传动比修形参数为 Δi , 即 $i_{01} = i_{21} + \Delta i, \varphi_0 = i_{01}\varphi$ 。

第2次包络,按蜗杆副工作时的相对位置和相对运动(中心距为 a , 传动比为 i_{12})由与蜗杆齿面一致的滚刀产形面 Σ_1 展成蜗轮齿面。 $\varphi_2 = \varphi_1 i_{21}$ 。

约定取 $|\omega_1| = 1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, 1次包络时 $\varphi = t$, 2次包络时 $\varphi_1 = t$ 。

下文中用到圆向量函数、球向量函数、回转矩阵及坐标变换法, 详见文献[1]。

1.2 1次包络的基本公式

1) 共轭条件函数

$$\Phi_0 = \Phi_0(u, \theta, \varphi) = \frac{(\mathbf{n}_d)_0 \cdot [(\mathbf{v}_0)_0 - (\boldsymbol{\omega}_{01})_0 \times (\mathbf{p}_d)_0]}{(\boldsymbol{\omega}_{01})_0 \cdot (\mathbf{g}_1)_0} - u \quad (1)$$

式中

$$\begin{aligned} (\boldsymbol{\omega}_{01})_0 &= i_{01} \mathbf{k}_0 - R[\mathbf{i}_0, 90^\circ + \Delta\epsilon] \mathbf{k}_{01} \\ (\mathbf{v}_0)_0 &= R[\mathbf{i}_0, 90^\circ + \Delta\epsilon] [\mathbf{k}_{01} \times (\mathbf{o}_1 \mathbf{o}_0)_{01}] \\ (\mathbf{o}_1 \mathbf{o}_0)_{01} &= -(a + \Delta a) \mathbf{i}_{01} - \Delta b \mathbf{j}_{01} + \Delta c \mathbf{k}_{01} \\ (\mathbf{p}_d)_0 &= R[\mathbf{k}_0, \varphi_0] (h \mathbf{i}_d - r_b \mathbf{j}_d) \\ (\mathbf{g}_1)_0 &= [M_{0s}] \mathbf{g}_s(\theta) \\ (\mathbf{n}_d)_0 &= [M_{0s}] \mathbf{n}_s(\theta, \gamma) \\ [M_{0s}] &= R[\mathbf{k}_0, \varphi_0] \cdot R[\mathbf{i}_d, -90^\circ] \cdot R[\mathbf{i}_p, -\beta] \cdot R[\mathbf{j}_q, 90^\circ - \gamma] \end{aligned}$$

u, θ 为产形面 Σ_0 的参数; γ 为砂轮锥面锥顶半角; β 为砂轮倾角。

2) 啮合界线函数

$$\Phi_{0\varphi} = \Phi_{0\varphi}(u, \theta, \varphi) = i_{01} \{ [\mathbf{k}_0 \times (\boldsymbol{\omega}_{01})_0] \cdot [(\mathbf{n}_d)_0 \times (\mathbf{r}_d)_0] - [\mathbf{k}_0 \times (\mathbf{n}_d)_0] \cdot (\mathbf{v}_0)_0 \} \quad (2)$$

式中

$$(\mathbf{r}_d)_0 = (\mathbf{p}_d)_0 + u [M_{0s}] \mathbf{m}_s(\theta, \gamma)$$

3) 曲率干涉界线函数

$$\Psi_0 = \Psi_0(u, \theta, \varphi) = (N_0)_0 \cdot (\mathbf{v}_{01})_0 + \Phi_{0\varphi} \quad (3)$$

式中

$$\begin{aligned} (\mathbf{v}_{01})_0 &= (\boldsymbol{\omega}_{01})_0 \times (\mathbf{r}_d)_0 - (\mathbf{v}_0)_0 \\ (N_0)_0 &= \lambda (\mathbf{g}_1)_0 + \mu (\mathbf{g}_2)_0 \\ (\mathbf{g}_2)_0 &= [M_{0s}] \mathbf{m}_s(\theta, \gamma) \\ \lambda &= \frac{-1}{u \tan \gamma} (\mathbf{v}_{01})_0 \cdot (\mathbf{g}_1)_0 + (\boldsymbol{\omega}_{01})_0 \cdot (\mathbf{g}_2)_0 \\ \mu &= -(\boldsymbol{\omega}_{01})_0 \cdot (\mathbf{g}_1)_0 \end{aligned}$$

4) 蜗杆齿面方程

$$\begin{cases} (\mathbf{r}_1)_1 = R[\mathbf{k}_1, -\varphi_1] (\mathbf{r}_1)_{01} \\ \Phi_0 = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中

$$(\mathbf{r}_1)_{01} = R[\mathbf{i}_0, -90^\circ - \Delta\epsilon] (\mathbf{r}_d)_0 + (\mathbf{o}_1 \mathbf{o}_0)_0 = \{x_{01}, y_{01}, z_{01}\}$$

5) 曲率干涉界线方程

$$\begin{cases} (\mathbf{r}_1)_1 = k[\mathbf{k}_1 - \varphi_1] (\mathbf{r}_1)_{01} \\ \Phi_0 = 0 \\ \Psi_0 = 0 \end{cases}$$

在 $(o_1; R_1, Z_1)$ 坐标系里蜗杆根切判别曲线方程

$$\begin{cases} R_1 = (x_{01}^2 + y_{01}^2)^{1/2} \\ Z_1 = z_{01} \end{cases}$$

6) 蜗杆齿面上沿 g_1 和 g_2 方向的曲率参数

沿 g_1 方向的法曲率 $K_{g_1} = -1/(utan\gamma) - \lambda^2/\Psi_0$; 沿 g_2 方向的法曲率 $K_{g_2} = -\mu^2/\Psi_0$; 沿 g_1 方向的短程挠率 $\tau_{g_1} = -\lambda\mu/\Psi_0$ 。

1.2 2次包络的基本公式

1) 共轭条件函数

$$\Phi_1 = \Phi_1(u, \theta, \varphi, \varphi_1) = 2\Phi_A\Phi_B + A_1\cos(\varphi_1 - \varphi) \quad (5)$$

式中

$$\Phi_A = \sin(\varphi_1 - \varphi)/2$$

$$\Phi_B = B_1\sin[(\varphi_1 - \varphi)/2] + C_1\cos[(\varphi_1 - \varphi)/2]$$

$$A_1 = (\omega_{12})_{01} \cdot [(r_1)_{01} \times (n_1)_{01}] + ai_{21}k_{01} \cdot (n_1)_{01} \quad (6)$$

$$B_1 = k_{01} \cdot [(r_1)_{01} \times (n_1)_{01}] + ai_{21}k_{01} \cdot (n_1)_{01} \quad (7)$$

$$C_1 = -i_{21} \{i_{01} \cdot [(r_1)_{01} \times (n_1)_{01}]\} \quad (8)$$

$$(\omega_{12})_{01} = k_{01} - i_{21}j_{01}$$

$$(n_1)_{01} = R[i_{01}, -90^\circ - \Delta\varepsilon](n_d)_0$$

2) 啮合界线函数

$$\Phi_{1\varphi_1} = \Phi_{1\varphi_1}(u, \theta, \varphi, \varphi_1) = (B_1 - A_1)\sin(\varphi_1 - \varphi) + C_1\cos(\varphi_1 - \varphi) \quad (9)$$

3) 曲率干涉界线函数

$$\Psi_1 = \Psi_1(u, \theta, \varphi, \varphi_1) = (N_1)_{01} \cdot (V_{12})_{01} + \Phi_{1\varphi_1} \quad (10)$$

式中

$$(V_{12})_{01} = (\omega_{12})_{01} \times (r'_1)_{01} + ai_{21}k_{01}$$

$$(r'_1)_{01} = R[k_{01}, \varphi_1 - \varphi](r_1)_{01}$$

$$(N_1)_{01} = N_\xi(g'_1)_{01} + N_\eta(g'_2)_{01}$$

$$(g'_1)_{01} = R[k_{01}, \varphi_1 - \varphi] \cdot R[i_{01}, -90^\circ - \Delta\varepsilon](g_1)_0$$

$$(g'_2)_{01} = R[k_{01}, \varphi_1 - \varphi] \cdot R[i_{01}, -90^\circ - \Delta\varepsilon](g_2)_0$$

$$N_\xi = k_{g_1}(V_{12})_{01} \cdot (g'_1)_{01} + \tau_{g_1}(V_{12})_{01} \cdot (g'_2)_{01} + (\omega_{12})_{01} \cdot (g'_2)_{01}$$

$$N_\eta = \tau_{g_1}(V_{12})_{01} \cdot (g'_1)_{01} + k_{g_2}(V_{12})_{01} \cdot (g'_2)_{01} - (\omega_{12})_{01} \cdot (g'_1)_{01}$$

4) 啮合面方程

在 σ_{02} 里, 啮合面方程为

$$\begin{cases} (r_2)_{02} = R[i_{02}, 90^\circ](r'_1)_{01} + ai_{02} = \{x_{02}, y_{02}, z_{02}\} \\ \Phi_0 = 0 \\ \Phi_1 = 2\Phi_A\Phi_B + A_1\cos(\varphi_1 - \varphi) = 0 \end{cases} \quad (11)$$

在旋转到蜗轮轴截面内的 $(o_2; R_2, Z_2)$ 坐标系里, 蜗轮齿面瞬时接触线族 $\{\Gamma_2\}$ 的方程为

$$\begin{cases} R_2 = (x_{02}^2 + y_{02}^2)^{1/2} \\ Z_2 = z_{02} \end{cases} \quad (12)$$

5) 蜗杆齿面啮合界线

由式(4), $\Phi_0 = 0$, $\Phi_1 = 0$ 和 $\Phi_{1\varphi_1} = 0$ 可求得蜗杆齿面上的啮合界线 $\Phi_{1\varphi_1}$; 由式(11), $\Phi_0 = 0$, $\Phi_1 = 0$ 和 $\Phi_{1\varphi_1} = 0$ 可求得蜗杆齿面啮合界线 $\Phi_{1\varphi_1}$ 在蜗轮齿面上的共轭曲线 $\Phi'_{1\varphi_1}$ 。

6) 蜗轮齿面上的曲率干涉界线

由式(11), $\Phi_0=0$, $\Phi_1=0$ 和 $\Psi_1=0$ 可求得蜗轮齿面上的曲率干涉界线。

7) 瞬时接触线法向的诱导法曲率

$$K_{12N} = \frac{N_6^2 + N_7^2}{\Psi_1}$$

8) 滑动角

$$\theta_{vt} = \arcsin \frac{\Phi_{1\varphi_1} - \Psi_1}{|v_{12}|(N_6^2 + N_7^2)^{1/2}}$$

1.3 啮合区的边界

蜗杆齿顶环面、由蜗杆工作长度所确定的垂直于蜗杆轴线的两工作端面是蜗杆工作界限曲面;蜗轮齿顶环面和两端倒 30° 角的锥面是蜗轮工作界限曲面。

1) 蜗杆齿顶环面方程

$$[a - (x_1^2 + y_1^2)^{1/2}]^2 + z_1^2 - R_{a1}^2 = 0 \quad (13)$$

式中 R_{a1} 为蜗杆齿顶圆弧半径。

2) 蜗杆工作端面方程

$$z_1 = \pm \frac{L_w}{2} \quad (14)$$

式中 L_w 为蜗杆工作长度。式中“+”号用于蜗杆右工作端面,“-”号用于蜗杆左工作端面。

3) 蜗轮齿顶环面方程

$$[d_{a2}/2 + R_{a2} - (x_2^2 + y_2^2)^{1/2}]^2 + z_2^2 - R_{a2}^2 = 0 \quad (15)$$

式中 d_{a2} 为蜗轮齿顶圆直径; R_{a2} 为蜗轮齿顶圆弧半径。

4) 蜗轮两端倒角锥面方程

$$x_2^2 + y_2^2 - (w \pm z_2 / \tan 30^\circ)^2 = 0 \quad (16)$$

式中 $w = a + b_2 / (2 \tan 30^\circ) - [(d_{a1}/2 + c)^2 - b^2 / 4]^{1/2}$; c 为蜗杆副齿顶间隙。式中“+”号用于右端倒角锥面,“-”号用于左端倒角锥面。将式(13)~(16)各工作界线曲面方程与啮合面方程合解,即可求得啮合面工作界线,确定啮合面工作区;再利用式(12)求得蜗轮齿面上的接触区。

1.4 蜗轮齿面结构

蜗轮齿面由与蜗杆齿面共轭的接触区和残留在齿面上的过渡曲面构成。

1) 蜗轮齿面接触区的方程

$$\left. \begin{aligned} (r_2)_2 &= R[k_2, -i_{21}\varphi_1](r_2)_{02} \\ \Phi_0 &= 0 \\ \Phi_1 &= 2\Phi_A\Phi_B + A_1\cos(\varphi_1 - \varphi) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

2) 蜗轮齿面过渡曲面方程

滚刀啮入端第 1 个刀刃和啮出端最后一个刀刃在与蜗轮固连的 σ_2 里形成的 2 个轨迹曲面,分别称为前过渡曲面和后过渡曲面。为了简化计算,以蜗杆前后两工作端面与滚刀产形面的交线代替第 1 个刃和最后一个刃。这样做不会影响蜗轮齿面的结构分析;得到的残留过渡区域有一定误差,但影响不大。

前后过渡曲面的方程如下:

$$\begin{cases} (r_2)_2 = R[k_2, -i_{21}\varphi_1](r_2)_{02} = \{x_2, y_2, z_2\} \\ \Phi_0 = 0 \\ z_1 = \pm L_w/2 \end{cases}$$

式中前过渡曲面取“+”,后过渡曲面取“-”。

3) 蜗轮齿面结构的相位分析法

加工蜗轮时,啮入端第 1 个刀刃刮出前过渡曲面,后续刀刃在前过渡曲面上展成蜗轮的共轭齿面,啮出端最后一个刀刃是否又刮去共轭齿面甚至前过渡曲面的一部分,

这就需要分析前后过渡曲面和蜗轮共轭齿面上对应点的相位。所谓对应点,指的是垂直于蜗轮轴线的同一截面内 ($z_2 = z_0$),前后过渡曲面的截线 Γ_{c1}, Γ_{c2} 和蜗轮共轭齿面截线 Γ_2 上半径 r_2 相同的 B, C, A 三点(见图 2)。它们在 σ_2 里的相位角 θ_{c1}, θ_{c2} 和 θ_2 可由下式求得:
 $\theta = \arctan(-x_2/y_2)$ 。在所研究的切齿啮合情况下(见图 1),蜗轮齿的实体位置如图 2 所示。显然相位角最大的点靠近齿的实体最近,将留在蜗轮齿面上。各点与相位角最小点的相位差角值为 $\Delta\theta = \theta - \min(\theta_{c1}, \theta_{c2}, \theta_2)$; 相位差线值为 $\Delta l = \Delta\theta(x_2^2 + y_2^2)^{1/2}$; 最大相位差值 $\Delta\theta_{max} = \max(\Delta\theta_{c1}, \Delta\theta_{c2}, \Delta\theta_2)$ 。在截面中相位差值最大的点将留在齿面上,由此确定蜗轮齿面上留下的共轭区和残留的过渡曲面。

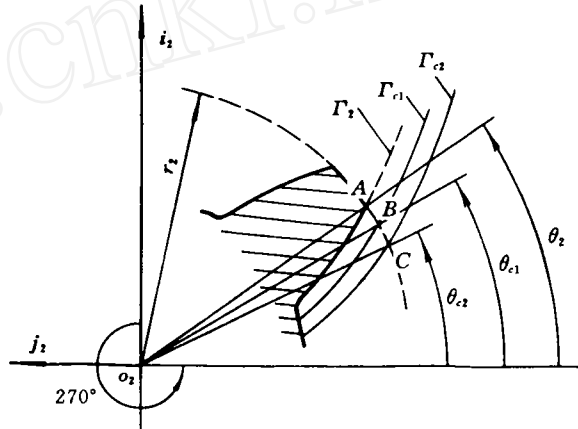


图 2 蜗轮共轭齿面和前后过渡曲面对应点的相位

2 标准传动和 Δb 修形传动

2.1 标准传动和 Δb 修形传动蜗轮齿面方程

修形参数全为零,即 $\Delta i = \Delta a = \Delta b = \Delta c = \Delta e = 0$,称为标准传动。若 $\Delta b \neq 0, \Delta i = \Delta a = \Delta c = \Delta e = 0$,称为 Δb 修形传动。对于这 2 种传动由式(6)可以证明 $A_1 = 0$ 。由式(17)可知此时蜗轮共轭齿面分成 Σ_A 和 Σ_B 两部分。

1) 接触面 Σ_A 的方程

$$\begin{cases} (r_2)_2 = R[k, -i_{21}\varphi_1](r_2)_{02} \\ \Phi_0 = \Phi_0(u, \theta, \varphi) = 0 \\ \Phi_A = \sin(\varphi_1 - \varphi)/2 = 0 \quad (\text{即 } \varphi = \varphi_1) \end{cases}$$

对给定的 $\varphi_1 = \varphi_{10}$ 值, $\varphi = \varphi_{10}$ 为定值,由 $\Phi_0 = \Phi_0(u, \theta, \varphi_{10})$,得到一条接触线 Γ_A ,对于标准传动,它与 1 次包络 $\varphi = \varphi_{10}$ 时的接触线重合,因而 Σ_A 是 1 次包络时产形面 Σ_0 上接触线族的再现,称之为蜗轮原接触面。对于 Δb 修形传动,则 Σ_A 与 1 次包络时 Σ_0 的接触区不同。

2) 新接触面 Σ_B 的方程

$$\begin{cases} (\mathbf{r}_2)_2 = R[\mathbf{k}_0, -i_{21}\varphi_1](\mathbf{r}_2)_{02} \\ \Phi_0 = \Phi_0(u, \theta, \varphi) = 0 \\ \Phi_1 = \Phi_1(u, \theta, \varphi, \varphi_1) = B_1 \sin[(\varphi_1 - \varphi)/2] + C_1 \cos[(\varphi_1 - \varphi)/2] = 0 \end{cases}$$

给定 φ_1 值, 当 $\varphi \neq \varphi_1$ 时, 以 φ 为变量可得到蜗杆转角为 φ_1 时蜗轮齿面上的一条新接触线 Γ_B , 当 $\varphi = \varphi_1$ 时 Γ_B 与 Γ_A 在蜗轮齿面上相交。 Σ_B 称为新接触面, 它与 Σ_A 连接。

3) 蜗轮齿面上接触线奇点的轨迹

当 $\varphi = \varphi_1, \Phi_{0\varphi} = 0$ 时, 可以证明 $\Phi_{1\theta} = \Phi_{1\varphi} = \Phi_{1\varphi_1} = \Psi_1 = 0$, 由文献[1]可知, 此时 2 次包络瞬时接触线法向量 $N_1 = 0$, 是瞬时接触线的奇点, 此时, 在蜗轮齿面上 2 次包络曲率干涉界线 Ψ_1 和啮合界线的共轭曲线 $\Phi_{1\varphi_1}$ 重合, 它是蜗轮齿面上瞬时接触线奇点的轨迹, 蜗轮共轭齿面 Σ_A 和 Σ_B 沿此线光滑连接。

2.2 标准传动啮合分析

2.2.1 瞬时接触线分布规律、接触区和啮合质量参数

本文中全部算例的主要参数为: $i_{12} = 5, z_1 = 9, a = 280 \text{ mm}, d_1 = 115 \text{ mm}, d_b = 180 \text{ mm}$ 。当取 $\beta = 40^\circ, \gamma = 40^\circ$ 时得到以下啮合分析图形: 1) 蜗轮齿面上瞬时接触线分布规律(图 3)。2) 蜗轮齿面接触区(图 4)。图中 \widehat{EF} 为蜗轮齿面接触线奇点的轨迹, 它把蜗轮共轭齿面分为再现 1 次包络

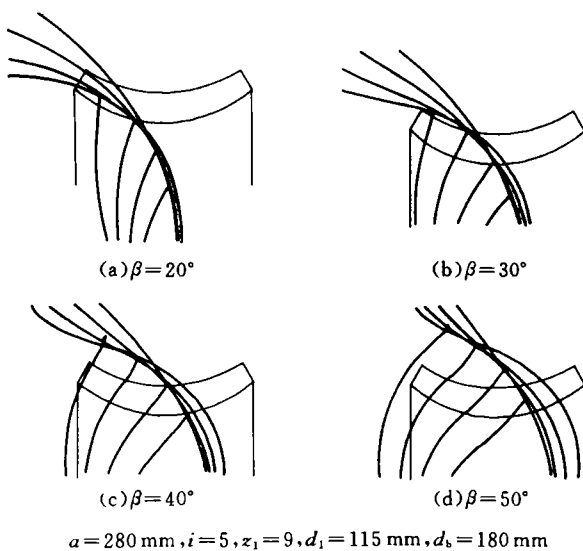


图 3 接触线在蜗轮齿面上的分布规律

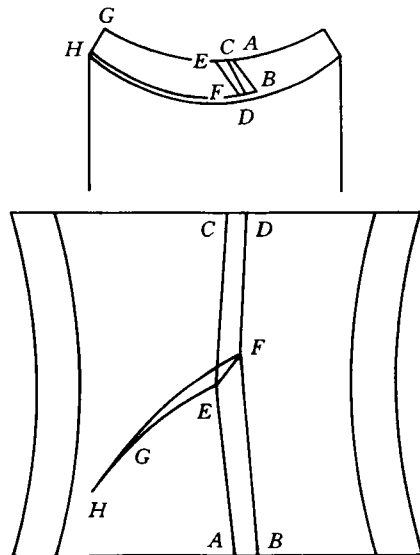


图 4 蜗轮齿面接触区

时的原接触区 $AECDFBA$ (代号为 Σ_A , 其中 $EFDCE$ 为 2 次接触区) 和 2 次包络新接触区 $EFHGE$ (代号 Σ_B)。经相位分析可知, 蜗轮齿面由 \widehat{AB} 右边的前过渡曲面、原接触区 Σ_A 和新接触区 Σ_B 这 3 个部分光滑连成。图下端为齿面接触区在蜗杆上的投影。3) 齿面各接触点(图 5)。其啮合质量参数 K_{12N} 和 θ_{vt} 列于表 1。

由啮合分析可以看出, 标准传动蜗轮齿的右边存在较大的前过渡曲面, 蜗轮齿面得不到充分利用; 蜗轮齿面新接触区接触线法向的诱导法曲率 K_{12N} 较原接触区小, 滑动角较原接触区

表 1 $\beta=\gamma=40^\circ$ 时图 5 所示各点的啮合质量参数

计算点 标号	啮合质量参数	瞬时接触线标号					
		①'	②'	③'	③	②	①
1	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$	39	13	1	302	271	189
	$\theta_{vt}/(^{\circ})$	60	89	62	36	33	37
2	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$	42	17	6	251	225	161
	$\theta_{vt}/(^{\circ})$	60	89	64	42	39	44
3	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$	46	20	9	216	192	140
	$\theta_{vt}/(^{\circ})$	59	85	67	48	46	50
4	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$		23	11	192	169	125
	$\theta_{vt}/(^{\circ})$		82	70	54	52	57

大,啮合质量明显优于原接触区;蜗轮齿面上存在二次接触区,在此区内不仅啮合质量差而且 2 次接触,容易失效,是蜗轮齿面上的薄弱环节。

2.2.2 砂轮倾角 β 和锥顶半角 γ 的影响

由图 3 可知,增大 β 时接触线分布稀疏并向右边扩展。图 6 示出 $\beta=40^\circ, \gamma=60^\circ$ 时的接触线分布情况:瞬时接触线分布较 $\gamma=40^\circ$ 时稀疏并向蜗轮齿右边扩展。图 7(a) 示出 $\gamma=40^\circ$, 改变 β 值时蜗杆根切界线的分布情况: β 增大,根切的危险性减小。图 7(b) 示出 $\beta=30^\circ$ 时改变 γ 值蜗杆根切界线的分布情况:增大 γ 值,根切的危险性增大。图 8(a) 为 $\gamma=40^\circ$ 时边齿齿顶厚随 β 的变化曲线:随着 β 增大边齿齿顶减薄。图 8(b) 为 $\beta=40^\circ$ 时边齿齿顶厚随 γ 的变化情况: $\gamma \leq 50^\circ$ 时,边齿顶减薄不大,当 $\gamma > 50^\circ$ 时,边齿顶减薄较多。

由上面啮合分析图形可以看出,增大 β 和 γ , 可使接触线分布稀疏,扩大蜗轮齿面共轭区使宏观的接触质量改善。 $\beta=40^\circ, \gamma=60^\circ$ 和 $\beta=60^\circ, \gamma=40^\circ$ 标准传动的 K_{12N} 和 θ_{vt} 值计算结果与 $\beta=40^\circ$ 和 $\gamma=40^\circ$ 的算例相比,各点啮合质量参数 K_{12N} 和 θ_{vt} 略有变化,但总的说来影响不大;然而当 β 和 γ 增大时,蜗杆边齿顶变尖。结论是:在蜗杆边齿顶不变尖的条件下 β 和 γ 应取较大值。

2.3 Δb 修形传动啮合分析

图 9 为 $\beta=40^\circ, \gamma=40^\circ, \Delta b=-10 \text{ mm}$ 和 $\Delta b=10 \text{ mm}$ 蜗轮齿面接触线分布图: Δb 增大时

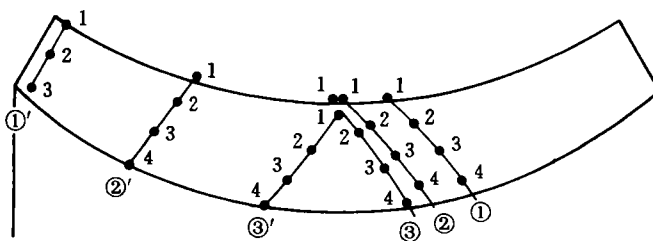


图 5 齿面啮合质量参数计算点

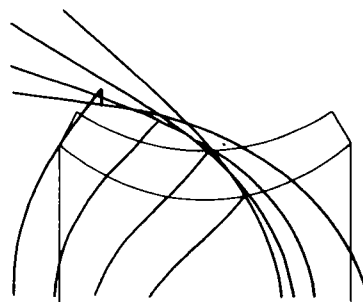


图 6 $\beta=40^\circ, \gamma=60^\circ$ 时的接触线分布

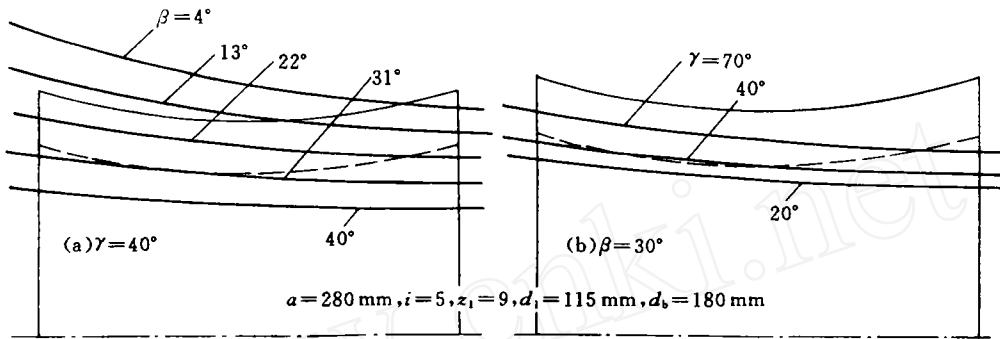


图7 角 β (a)和 γ (b)对蜗杆根切判别线的影响

接触线分布稀疏并向右移动。图10(a)示出 $\beta=31^\circ, \gamma=40^\circ$ 时 Δb 修形对蜗杆根切的影响: Δb 增大时根切危险减小。图10(b)为 $\beta=40^\circ, \gamma=40^\circ$ 时边齿齿顶厚随 Δb 变化的曲线: Δb 增大时,蜗杆边齿齿顶减薄。

Δb 修形传动蜗轮齿面上的接触线分布和接触区均与标准传动相似,当采用 Δb 为正值修形时可使接触线分布稀疏,整个接触区右移,使蜗轮齿面共轭区扩大,宏观啮合质量有较大提高;各接触点的 K_{12N} 和 θ_{v1} 值与标准传动接近,微观的啮合质量基本不变,但采用 Δb 为正值修形时边齿齿顶易变尖。

3 综合修形传动

3.1 确定修形类型的准则

修形参数 $\Delta i, \Delta a,$

$\Delta c, \Delta \epsilon$ 不同时为零的传动称为综合修形传动。通过大量电算发现综合修形传动可分为2类:当蜗杆齿面上存在啮合界线时称为I型传动;不存在啮合界线时称为II型传动。分类准则如下。

1) I型传动的条件: a. $\Delta \epsilon < 0$,其余修形参数可任意搭配; b. $\Delta a < \Delta i z_1 m_t / 2$,式中 m_t 为蜗轮端面模数, $\Delta \epsilon = 0$; c. $\Delta c < 0, \Delta a = \Delta i = \Delta \epsilon = 0$ 。

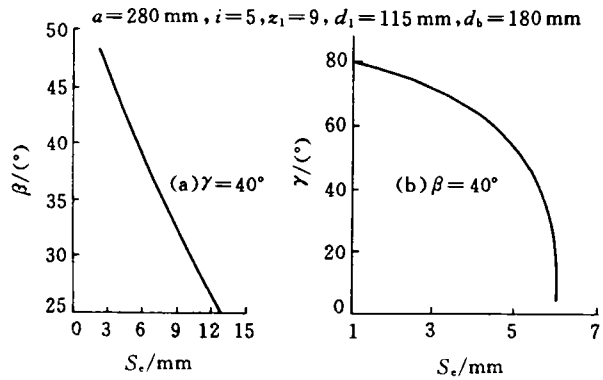


图8 角 β (a)和 γ (b)对边齿齿顶厚 S_a 的影响

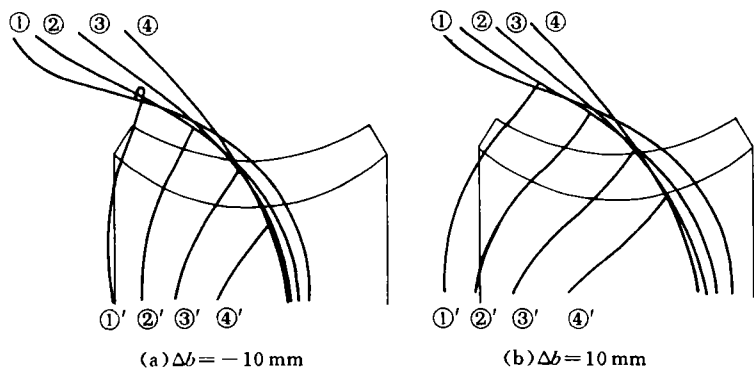


图9 $\beta=\gamma=40^\circ$ 时 Δb 修形接触线分布图

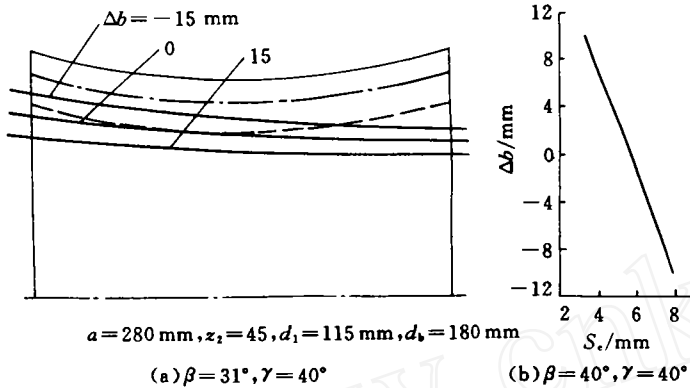


图 10 Δb 修形对蜗杆根切判别线(a)和边齿齿顶厚(b)的影响

2) II 型传动的条件: a. $\Delta\epsilon > 0$, 其余修形参数可任意搭配; b. $\Delta a > \Delta i z_1 m_1 / 2$, $\Delta\epsilon = 0$; c. $\Delta c > 0$, $\Delta a = \Delta i = \Delta\epsilon = 0$.

在综合修形中, 修形量 Δb 不影响传动类型, 取 Δb 正值时可使接触线分布稀疏并移向蜗轮齿面右端, 宏观啮合质量得到改善。

通过大量计算得知, I 型传动中 Δi , $-\Delta a$, $-\Delta c$ 和 $-\Delta\epsilon$ 单参数修形所得到的接

触线分布变化规律以及 K_{12N} 和 θ_{v1} 变化规律都相似, II 型传动中 $-\Delta i$, Δa , Δc 和 $\Delta\epsilon$ 单参数修形规律也相似, 说明这些参数可以互相代替, 因而不推荐引入修形量 Δc 和 $\Delta\epsilon$, 因为引入 Δc 会成为非对称修形, 使蜗杆加工麻烦; 引入 $\Delta\epsilon$ 修形, 使加工蜗杆的机器复杂化。

3.2 I 型传动啮合分析

图 11 为 $\beta=40^\circ, \gamma=40^\circ, \Delta i=0.03, \Delta a=0.1 \text{ mm}$ 时的 I 型传动接触线分布规律: 当 $\varphi > \varphi_1$ 时得到 \wedge 字形瞬时接触线①'~④'; 当 $\varphi < \varphi_1$ 时得到 V 字形接触线④~①, V 字形接触线存在曲率干涉界线, 其虚线部分不会留在蜗轮齿面上。

图 12 为 $\beta=40^\circ, \gamma=40^\circ, \Delta i=0.0333, \Delta a=1.4 \text{ mm}$ 时的 I 型传动齿面接触区: ABCDA 为 \wedge 字形接触线 ($\varphi > \varphi_1$) 形成的接触区, 蜗杆齿面啮合界线通过 \widehat{AB} 和 \widehat{CD} 的拱顶 (图中未画出此线); EHGFE 为 V 字形接触线 ($\varphi < \varphi_1$) 形成的无曲率干涉接

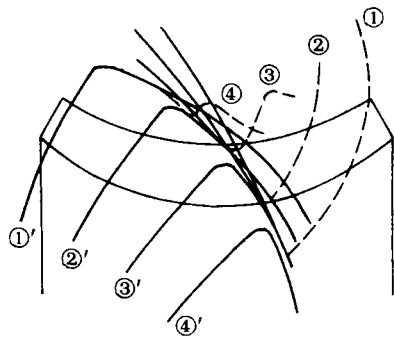


图 11 $\beta=\gamma=40^\circ, \Delta i=0.03, \Delta a=1 \text{ mm}$ 时的 I 型传动接触线分布

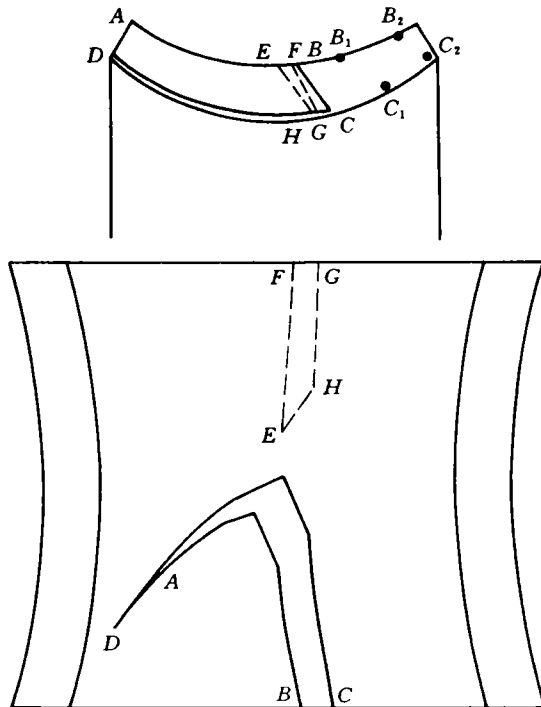


图 12 $\beta=\gamma=40^\circ, \Delta i=0.0333, \Delta a=1.4 \text{ mm}$ 时的 I 型传动齿面接触区

触区, \widehat{EH} 为曲率干涉界线。

表 2 示出 I 型传动蜗轮齿面上各对应点的相位差 $\Delta\theta/(\circ)$ 和 $\Delta l/\text{mm}$ 。

表 2 I 型传动蜗轮齿面上各对应点的相位差

对应点	点所在区域	z_2	r_2	$\theta/(\circ)$	$\Delta\theta/(\circ)$	$\Delta l/\text{mm}$
E	EHGF	-1.225 5	229.360 9	66.611 8	0	0
	ABCD			66.618 5	0.006 7	0.027 0
H	EHGF	-10.192 8	216.435 0	63.199 0	0	0
	ABCD			63.204 7	0.005 7	0.021 6
F	EHGF	-5.080 4	229.534 2	65.793 0	0	0
	ABCD			65.813 5	0.020 5	0.082 2
	后过渡曲面			65.793 0	0	0
G	EHGF	-12.017 7	216.598 0	62.863 6	0	0
	ABCD			62.877 1	0.013 5	0.051 1
	后过渡曲面			62.863 6	0	0
B	ABCD	-6.680 5	229.669 5	65.504 6	0.035 2	0.141 0
	后过渡曲面			65.469 4	0	0
	前过渡曲面			65.504 6	0.035 2	0.141 0
C	ABCD	-15.194 6	218.301 2	62.528 8	0.08	0.304 7
	后过渡曲面			62.448 8	0	0
	前过渡曲面			62.528 8	0.08	0.304 7
B ₁	后过渡曲面	-17.680 7	231.619 6	63.119 1	0	0
	前过渡曲面			63.460 6	0.341 4	1.380 2
B ₂	后过渡曲面	-35.681 0	239.126 5	58.650 9	0	0
	前过渡曲面			60.134 5	1.483 5	6.191 6
C ₁	后过渡曲面	-25.194 6	221.099 6	60.581 7	0	0
	前过渡曲面			61.091 1	0.509 4	1.965 5
C ₂	后过渡曲面	-40.194 6	228.472 4	57.366 1	0	0
	前过渡曲面			58.954 3	1.588 2	6.333 0

由表 2 中各对应点相位差值可以看出, 相位差值较大的 ABCD 留在蜗轮齿面上, 围成齿面的接触区; 前过渡曲面的 B, B₁, B₂, C₁, C₂ 等点留在蜗轮齿面上。由 \wedge 字形的接触区和前过渡曲面光滑连成蜗轮齿面。V 字形的接触区 EHGF 理论上不在蜗轮齿面上, 图 12 中绘成虚线, 由于这部分与 ABCD 齿面的间隙很小, 转动过程中仍有可能接触而形成蜗轮齿面上的二次接触区。

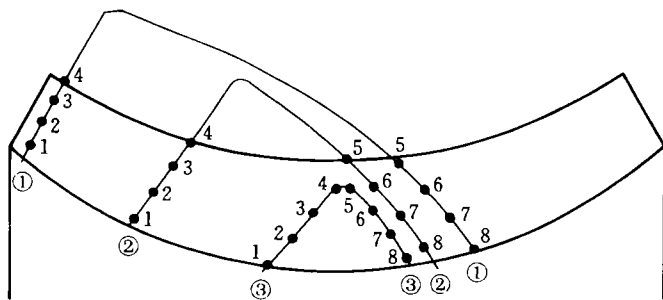


图 13 $\beta = \gamma = 40^\circ, \Delta i = 0.002$ 时的 I 型传动接触线上的计算点

图 13 示出 $\beta=40^\circ, \gamma=40^\circ, \Delta i=0.002$ 时的 I 型传动蜗轮齿面接触线, 各计算点的 K_{12N} 和 θ_{v1} 值列于表 3。

与标准传动相比, 接触线上 5~8 点的 K_{12N} 值减小, 但进入蜗轮齿面接触线拱顶各点的滑动角很小, 润滑条件较差。蜗杆齿面只有啮入端一段工作, 啮出端理论上不接触; 修形量越大, 蜗杆理论工作长度越短。综合分析, I 型传动未改善锥面 2 次包络环面蜗杆的啮合性能。

表 3 $\beta=\gamma=40^\circ, \Delta i=0.002$ 时 I 型传动齿面各点的 K_{12N} 和 θ_{v1} 值

接触线 标号	啮合质量参数	接触点标号							
		1	2	3	4	5	6	7	8
①	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$	45	43	40	38	176	151	133	120
	$\theta_{v1}/(^{\circ})$	59	59	60	60	39	46	53	60
②	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$	22	19	17	14	250	212	184	163
	$\theta_{v1}/(^{\circ})$	82	85	88	89	33	40	46	53
③	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$	10	8	6	2	9	86	137	154
	$\theta_{v1}/(^{\circ})$	69	65	60	31	23	43	49	53

3.3 II 型传动啮合分析

图 14 为 $\beta=40^\circ, \gamma=40^\circ, \Delta i=-0.01, \Delta\alpha=0.1 \text{ mm}$ 时的 II 型传动接触线分布规律: 当 $\varphi > \varphi_1$ 时得到左边接触线①'~④'; 当 $\varphi < \varphi_1$ 时得到右边接触线④~①, 右边存在曲率干涉界线, 其中虚线部分不会留在蜗轮齿面上。

图 15 示出 $\beta=40^\circ, \gamma=40^\circ, \Delta i=-0.0333, \Delta\alpha=0.1$ 时的 II 型传动齿面接触区: ABCD 为 $\varphi > \varphi_1$ 接触区, 蜗杆齿面无啮合界线; EHGJ 为 $\varphi < \varphi_1$ 接触区, EH 为曲率干涉界线。

表 4 示出 II 型传动蜗轮齿面上各对应点的相位差 $\Delta\theta/(^{\circ})$ 和 $\Delta l/\text{mm}$ 。

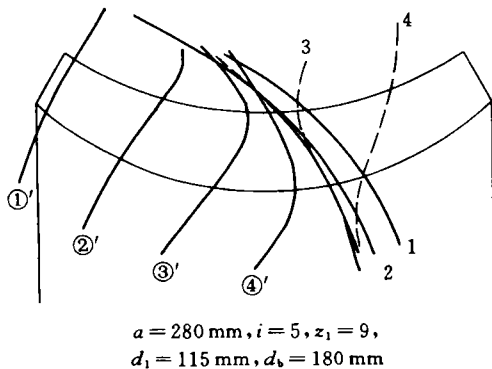


图 14 $\beta=\gamma=40^\circ, \Delta i=-0.01, \Delta\alpha=0.1 \text{ mm}$ 时的 II 型传动接触线分布

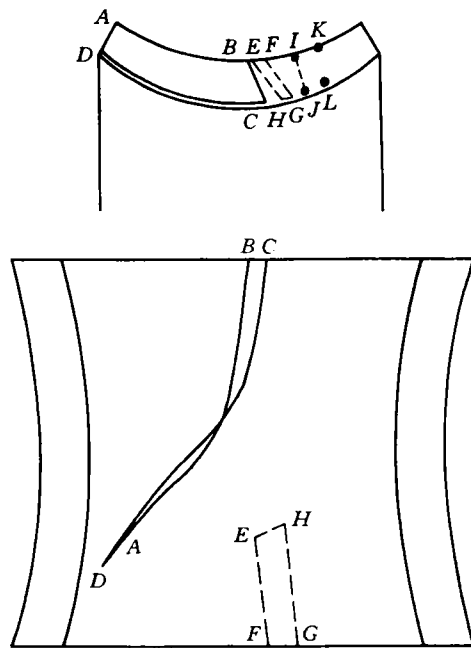


图 15 $\beta=\gamma=40^\circ, \Delta i=-0.0333, \Delta\alpha=0.1 \text{ mm}$ 时的 II 型传动齿面接触区

表4 II型传动蜗轮齿面上各对应点的相位差

对应点	点所在区域	z_2	r_2	$\theta/(^\circ)$	$\Delta\theta/(^\circ)$	$\Delta l/\text{mm}$
B	ABCD	-2.436 2	229.392 4	66.622 1	0	0
	后过渡曲面			66.622 1	0	0
C	ABCD	-8.052 5	216.074 1	63.847 9	0	0
	后过渡曲面			63.847 9	0	0
E	EHGF	-4.355 9	229.485 7	66.052 3	0	0
	后过渡曲面			66.241 0	0.188 7	0.755 8
H	EHGF	-13.624 1	217.070 5	62.755 8	0	0
	后过渡曲面			62.905 8	0.150 1	0.568 6
F	EHGF	-8.080 5	229.818 0	65.304 8	0	0
	后过渡曲面			65.480 5	0.180 1	0.722 6
G	EHGF	-17.276 2	217.624 3	62.160 5	0	0
	后过渡曲面			62.263 9	0.103 3	0.392 5
I	后过渡曲面	-14.941 9	230.963 3	64.028 8	0	0
	前过渡曲面			64.028 8	0	0
J	后过渡曲面	-19.917 1	218.287 0	61.786 3	0	0
	前过渡曲面			61.786 3	0	0
K	后过渡曲面	-26.080 8	234.390 0	61.452 4	0	0
	前过渡曲面			61.983 3	0.530 9	2.171 6
L	后过渡曲面	-32.276 0	222.815 8	59.375 0	0	0
	前过渡曲面			60.064 4	0.689 4	2.680 9

由表4中各对应点的相位差值可以看出,相位差值较大的ABCD留在蜗轮齿面上,围成齿面的接触区;后过渡曲面BEFIJGHC和前过渡曲面IJLK留在蜗轮齿面上。接触区ABCD与后过渡曲面BCJI光滑连接;后过渡曲面BCJI与前过渡曲面相交于 \widehat{IJ} ,IJ右边则是前过渡曲面。在此算例中共轭区EHGF被啮出端最后一个刀刃完全刮掉,在图15中绘成虚线,但是对于微量修形的II型传动,可以通过合理选择修形参数,使IJ线左移把共轭区EHGF大部分留在蜗轮齿面上,如图16所示。

图17示出 $\beta=40^\circ, \gamma=40^\circ, \Delta i=-0.001$ 时的II型传动蜗轮齿面接触线的计算点。各点的 K_{12N} 和 $\theta_{v\alpha}$ 值列于表5。

表5 $\beta=\gamma=40^\circ, \Delta i=-0.001$ 时II型传动齿面各点的 K_{12N} 和 $\theta_{v\alpha}$ 值

计算点 标号	啮合质量参数	瞬时接触线标号						
		①'	②'	③'	④'	③	②	①
1	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$	40	15	4	266	913	255	181
	$\theta_{v\alpha}/(^\circ)$	60	89	72	41	37	35	39
2	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$	43	17	5	168	296	213	155
	$\theta_{v\alpha}/(^\circ)$	59	88	67	47	41	42	46
3	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$	46	20	8	20	224	184	136
	$\theta_{v\alpha}/(^\circ)$	59	85	66	59	48	48	52
4	$K_{12N}/10^{-4}\text{mm}^{-1}$		23	11	3	192	163	122
	$\theta_{v\alpha}/(^\circ)$		82	69	63	54	55	59

与标准传动相比,微量修形Ⅱ型传动能有效地消除蜗轮齿面上的二次接触区;由于蜗杆齿面上无啮合界线,蜗杆工作全长上齿面得到充分利用。在蜗轮齿面左右两共轭区之间存在后过渡曲面,它与右共轭齿面相交,其交线沿齿高方向分布,对齿的强度无影响。不能取较大的修形量,否则右共轭齿面会大部分甚至全部被切去。除蜗轮齿顶个别点(如④'和③'的点“1”) K_{12N} 增大,其余各点的 K_{12N} 和 θ_{α} 值与标准传动接近。

4 结 论

1) 本文的算例与其他规格锥面 2 次包络环面蜗杆副大量算例所得的结果相同。

2) 对于小传动比多头环面蜗杆副,采用锥面二次包络可避免蜗杆边齿顶变尖,并能减小蜗杆根切的危险性。在边齿不变尖的条件下,砂轮倾角应取较大值;砂轮锥顶半角应取 $40^\circ \sim 50^\circ$ 。

3) 标准锥面二包传动,其蜗轮齿面上二次接触区啮合质量较差,蜗轮齿面右端有较大的前过渡曲面未得到充分利用。

4) 对于 Δb 修形传动, Δb 取正值时接触线分布稀疏,接触区向蜗轮齿面右端移动,扩大了齿面共轭区,使齿面宏观接触质量改善;但 Δb 值受到蜗杆边齿顶变尖的约束。

5) 采用微量修形Ⅱ型传动可以去掉蜗轮齿面的二次接触区,即去掉蜗轮齿面上的薄弱环节,而其余接触区的大小和各点啮合质量与标准传动基本相同。

6) 本文算例取自首钢机械厂产品 LHJ-8/600 型高速拔丝机的减速装置。计算机输出接触区的图形与蜗杆副实际接触印痕相符。编成的软件包可供生产使用。

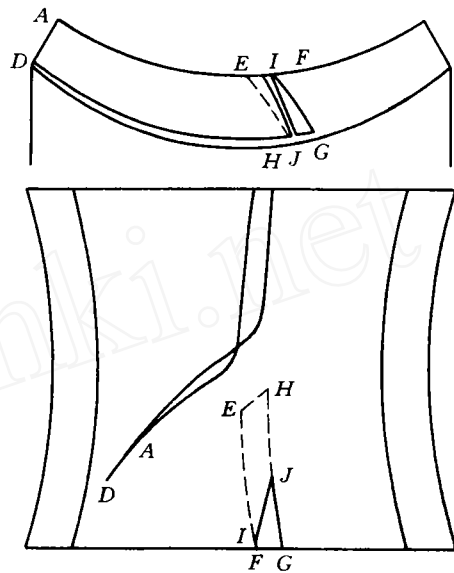


图 16 $\beta = \gamma = 40^\circ, \Delta i = -0.004$ 时的Ⅱ型传动接触区

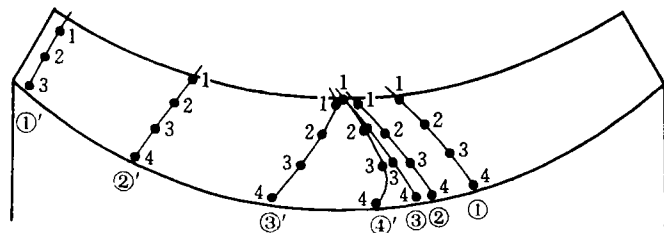


图 17 $\beta = \gamma = 40^\circ, \Delta i = -0.001$ 时的Ⅱ型传动齿面接触线上的计算点

参 考 文 献

- 1 董学朱. 齿轮啮合理论基础. 北京:机械工业出版社,1989. 1~141
- 2 潘家冰,朱启庄. 多头环面蜗杆副的设计和制造. 齿轮,1987(1):54~57
- 3 康密军. 锥面二次包络环面蜗杆副修形的研究:[学位论文]. 北京:北京农业工程大学,1995. 1~81